수재들을 위한

수학시험문제집

1

$\angle EBD = \angle BDE = y, \ \angle EDC = \angle ECD = x$

외국문도서출판사

주체94(2005)년

차 례

시 험 1

Ⅰ. 선택문제

1. 볼록4각형의 아낙에 한 점 P가 있다. 이 점P를 지나는 임의의 직선이 이 4각형의 면적을 2등분하면 4각형은 ( )이다.

(ㄱ) 바른4각형, (ㄴ) 직4각형,

(ㄷ) 등변4각형, (ㄹ) 평행4변형

2. $12345^2 - 2345^2$ 은 개개 자리의 수가 0이 아닌 옹근수와 10^n의 적과 같다. n은 ( )과 같다.

(ㄱ) 6, (ㄴ) 5, (ㄷ) 4, (ㄹ) 3

3. $x^2+mx-12=(x+a)(x+b)$에서 a, b는 옹근수이다. 우의 인수분해가 성립되는 m의 값은 모두 ( )개 있다.

(ㄱ) 2, (ㄴ) 4, (ㄷ) 6, (ㄹ) 8

4. 방정식 $px+q=333$의 풀이는 1이고 p, q는 씨수, $p<q$이다. 그러면 p의 값은 ( )이다.

(ㄱ) 2, (ㄴ) 3, (ㄷ) 7, (ㄹ) 13

5. 분수 $\dfrac{n-13}{5n+6}$(0이 아니다)가 다 약분된 분수가 아니면 정의옹근수 n의 최소값은 ( )일수 있다.

(ㄱ) 45, (ㄴ) 68, (ㄷ) 84, (ㄹ) 15

6. n이 자연수일 때 $n!=1\times2\times3\times4\times\cdots\times n$이라고 약속하자. 만일 $x=\dfrac{1}{2!}+\dfrac{2}{3!}+\cdots+\dfrac{n-1}{n!}$ 이면 ( )이다.

(ㄱ) $x<1$, (ㄴ) $x=1$,

(ㄷ) $x>1$, (ㄹ) n이 충분히 클 때 $x>1$이 될수 있다

7. 방정식 $2\sqrt{x-3}+6=x$의 풀이는 ( )개이다.

(ㄱ) 3, (ㄴ) 2, (ㄷ) 1, (ㄹ) 실수풀이가 없다

8. $\omega=7321\times7322\times7323\times7324+1$이라고 하면 ω는 ( )이다.

(ㄱ) 두제곱수, (ㄴ) 씨수, (ㄷ) 세제곱수, (ㄹ) 짝수

Ⅱ. 채우기문제

1. x에 관한 부등식 $(2a-b)x+a-5b>0$의 풀이모임이 $x<\dfrac{10}{7}$이면 x에 관한 부등식 $ax>b$의 풀이모임은 _____이다.

2. 만일 a, b가 2차방정식 $a^2-x+g=0$의 두 풀이라면 $a^3+b^3+3(a^3b+ab^3)+6(a^3b^2+a^2b^3)$ 의 값은 _____이다.

3. $\sqrt[3]{10+6\sqrt{3}}+\sqrt[3]{10-6\sqrt{3}}$ 의 값은 ______이다.

4. $\triangle ABC$에서 $\angle A=60^\circ$, E, F, G는 각각 AB, AC, BC의 가운데점, E, F를 각각 $\triangle ABC$ 밖으로 늘여 $EP\perp AB$, $EP=\frac{1}{2}AB$, $FQ\perp AC$, $FQ=\frac{1}{2}AC$ 되게 그렸다. 만일 GP의 길이가 1이면 PQ의 길이는 _____이다.

5. $\triangle ABC$에서 높이 AD와 높이 BE는 H에서 사귀고 $BH=AC$이면 $\angle ABC$는 _____과 같다.

6. 직4각형 $ABCD$의 이웃변 BC, DC우에 두 점 P, Q가 있다. $\triangle ABP$, $\triangle PCQ$, $\triangle ADQ$의 면적이 각각 2cm^2, 3cm^2, 4cm^2라면 직4각형의 면적은 ______이다.

7. 자연수 k가 다음의 조건을 만족시키면 k의 최소값은 ______이다.

(1) $4981k$

(2) k는 꼭 16개의 정의 약수를 가진다(1과 k 포함).

8. x에 관한 방정식 $6x^2=(2m-1)x+(m+1)$이 하나의 풀이 a를 가진다. $|a|\le 1993$이고 $\frac{3}{5}a$가 옹근수이면 취할수 있는 m의 값은 ______개이다.

Ⅲ. 풀이문제

1. $\triangle ABC$가 2등변3각형이고 그중 $\angle B=\angle C=40^\circ$이다. AB를 $AD=BC$되게 D까지 연장하면 $\angle BCD=10^\circ$임을 증명하시오.

2. 임의의 주어진 97개 서로 다른 정의옹근수 a_1, a_2, a_3, $\cdots$, a_{97}에 대하여 그중에는 덜기, 곱하기, 괄호를 써서 적당히 어떤 계산식을 만든 결과가 1984의 배수가 되는 그런 4개의 정의옹근수가 반드시 있다는것을 증명하시오.

3. 길이가 1인 선분을 몇개의 선분으로 덮어씌운다. 이때 이것들가운데는 두개씩 호상교차된 선분이 있는데 그 길이의 합은 ① $\frac{1}{3}$보다 작지 않다. ② 0.5보다 작지 않다(②의 풀이가 가능하면 ①을 다시 풀 필요가 없다.)는것을 증명하시오.

시 험 2

Ⅰ. 선택문제

1. $(x+y):(x-y)=5:2$이면 $x:y$는 ( )과 같다.

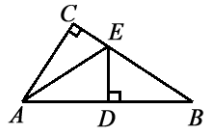
(ㄱ) $\frac{2}{5}$, (ㄴ) $\frac{7}{3}$, (ㄷ) $\frac{3}{7}$, (ㄹ) $\frac{2}{7}$

2. $x<0$일 때 $\frac{|x|}{x}+\frac{x}{|x|}$를 간단히 한 값은 ( )이다.

(ㄱ) 0, (ㄴ) -2, (ㄷ) 2, (ㄹ) 확정할수 없다

3. $\frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1}$의 옹근수부가 a이고 소수부가 $1-b$이면 $\frac{a+b}{a-b}$는 ( )와 같다.

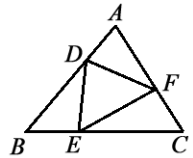
(ㄱ) $\frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1}$, (ㄴ) $\frac{1+\sqrt{2}}{1-\sqrt{2}}$, (ㄷ) $-6+5\sqrt{2}$, (ㄹ) $6-5\sqrt{2}$

4. 그림의 직3각형 ABC에서 $\angle C=90^\circ$, D는 빗변 AB의 가운데점, D에서 AB에 수직선을 긋고 BC와의 사귐점을 E라고 한다. 만일 $\angle EAC:\angle DAE=2:5$이면 $\angle BAC$는 ( )이다.

(ㄱ) 45°, (ㄴ) 50°, (ㄷ) 52.5°, (ㄹ) 70°

5. 만일 $a=2-\sqrt{5}$, $b=\sqrt{5}-2$, $c=5-2\sqrt{5}$라면 ( )이다.

(ㄱ) $a<b<c$, (ㄴ) $a<c<b$,

(ㄷ) $b<a<c$, (ㄹ) $c<a<b$

6. $\triangle ABC$에서 D, E, F가 각각 AB, BC, AC우에 놓이고 $AD=\frac{1}{3}AB$, $BE=\frac{1}{3}BC$, $CF=\frac{1}{3}AC$이다. 만일 $S_{\triangle DEF}=1$이면 $S_{\triangle ABC}=$( )이다.

(ㄱ) 2, (ㄴ) 3, (ㄷ) 6, (ㄹ) 4

7. 한 볼록다각형의 세 내각은 반드시 무딘각이다. 이런 다각형의 변의 개수는 최대( )이다.

(ㄱ) 5, (ㄴ) 6, (ㄷ) 7, (ㄹ) 8

8. a, b, c 모두가 0아닌 유리수이고 $ab=2(a+b)$, $bc=3(b+c)$,

$ca=4(c+a)$ 일 때 $a+b+c$의 값은 (　　)이다.

(ㄱ) 9, (ㄴ) 26, (ㄷ) $\frac{1128}{35}$, (ㄹ) $\frac{1346}{25}$

Ⅱ. 채우기문제

1. $\frac{1996^3+1997\times1995-1997\times1996^2}{1996^3-1995\times1997-1995\times1997^2}=$________ .

2. $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{5}{a+b}$ 이면 $\frac{b}{a}+\frac{a}{b}=$________ .

3. $\begin{cases} x+y+5+\sqrt{(x+2)(y+3)}=39 \\ (x+2)^2+(y+3)^2+(x+2)(y+3)=741 \end{cases}$

의 풀이는 ________ .

4. $ABCD$는 면적이 1인 바른4각형이고 $\triangle PBC$는 바른3각형이다. 점 P는 바른4각형안에 있다. 이때 3각형 BPD의 면적은 ____이다.

5. 실수 x, y, z가 $\sqrt{x}+\sqrt{y-1}+\sqrt{z-2}=\frac{1}{4}(x+y+z+9)$ 의 조건을 만족시키면 xyz의 값은 ______ .

6. 점 P가 변의 길이가 1인 바른3각형 ABC안의 임의의 한점이고 $l=PA+PB+PC$일 때 l의 범위는 _____이다.

7. 방정식 $x^2+2(1+a)x+3a^2+4ab+4b^2+2=0$이 풀이를 가진다면 a, b의 값은 _______ .

8. x, y가 $2^x\cdot9^y=\overline{2x9y}$를 만족시키면 ($\overline{2x9y}$는 어떤 네자리수를 표시) x, y의 값은 ______이다.

Ⅲ. 풀이문제

1. 점 P가 바른4각형$ABCD$안의 한점이고 $PA=a$, $PB=2a$, $PC=3a$일 때 바른4각형의 변의 길이를 구하시오.

2. 현재 $2n$명의 사람들이 (자연수 $n>1$) 모여있다. 그들 매 사람이 적어도 기타 다른 몇사람을 알고있다. 그중 4명을 선택하여 원탁주위에 둘러앉으면 매사람들은 량쪽 두사람을 모두 알고있는것으로 된다는것을 증명하시오.

시 험 3

Ⅰ. 선택문제

1. 등식 $\sqrt{a(x-a)}+\sqrt{a(y-a)}=\sqrt{x-a}-\sqrt{a-y}$ 가 실수범위내에서 성립한다고 하자. 그중 a, x, y는 서로 다른 실수이다. 이때 $\dfrac{3x^2+xy-y^2}{x^2-xy+y^2}$ 의 값은 (　　)이다.

(ㄱ) 3,　(ㄴ) $\dfrac{1}{3}$,　(ㄷ) 2,　(ㄹ) $\dfrac{5}{3}$

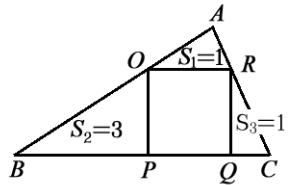
2. 방정식 $x^2-|x|-1=0$의 풀이는 (　　)이다.

(ㄱ) $\dfrac{1\pm\sqrt{5}}{2}$,　(ㄴ) $\dfrac{-1\pm\sqrt{5}}{2}$,

(ㄷ) $\dfrac{1\pm\sqrt{5}}{2}$ 또는 $\dfrac{-1\pm\sqrt{5}}{2}$,　(ㄹ) $\pm\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$

3. $1\times2\times3\times4\times\cdots\times99\times100=12^nM$ 이고 그중 M은 자연수이다. n이 등식을 성립시키는 최대의 자연수라면 M은 (　　)이다.

(ㄱ) 2로 완제되나 3으로는 완제되지 않는다
(ㄴ) 3으로 완제되나 2로는 완제되지 않는다
(ㄷ) 4로 완제되나 3으로는 완제되지 않는다
(ㄹ) 3으로 완제되나 2로는 완제되지 않는다

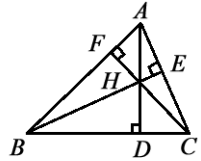
4. 그림에서 바른4각형 $OPGR$가 $\triangle ABC$에 내접하고 $S_1=S_{\triangle AOR}=1$, $S_2=S_{\triangle BOP}=3$, $S_3=S_{\triangle CRQ}=1$이다. 이때 바른4각형 $OPQR$의 변길이는 (　　)이다.

(ㄱ) $\sqrt{2}$,　(ㄴ) $\sqrt{3}$,　(ㄷ) 2,　(ㄹ) 3

5. $x<y<0$이다. $M=|x|$, $N=|y|$, $P=\dfrac{|x+y|}{2}$, $Q=\sqrt{xy}$ 라고 하면 (　　)이다.

(ㄱ) $M<Q<P<N$,　(ㄴ) $M<P<Q<N$,
(ㄷ) $Q<N<P<M$,　(ㄹ) $N<Q<P<M$

6. 만일 $a-b=x\neq0$이고 $a^3-b^3=19x^3$이면 (　　)이다.

(ㄱ) $a=2x$ 또는 $a=3x$, (ㄴ) $a=2x$ 또는 $a=-3x$,
(ㄷ) $a=-2x$ 또는 $a=-3x$, (ㄹ) $a=-2x$ 또는 $a=3x$

7. 그림에서 뾰족3각형 ABC의 세변은 같지 않다. 세 높이 AD, BE, CF는 점 H에서 사귄다. 그림에서 서로 다른 형태의 3각형은 모두 ( )개 있다.

(ㄱ) 6, (ㄴ) 7, (ㄷ) 9, (ㄹ) 10

8. x가 자연수이고 $y=x^4+2x^3+2x^2+2x+1$이라고 하면 ( )이다.

(ㄱ) y는 반드시 완전두제곱수이다,
(ㄴ) y가 완전두제곱수로 되는 유한개의 x가 존재한다,
(ㄷ) y는 반드시 완전두제곱수가 아니다,
(ㄹ) y가 완전두제곱수로 되는 무한개의 x가 존재한다,

Ⅱ. 채우기문제

1. 어떤 각의 보탬각에서 이 각의 나머지각을 덜어 얻어지는 각은 _____과 같다.

2. $\dfrac{\sqrt{5}-\sqrt{7}}{\sqrt{5}+\sqrt{7}}$의 분모를 유리화하면 ______이다.

3. $\sqrt{x+1}+x=0$의 풀이는 $x=$ _______이다.

4. $x^3+2x^2y+2xy^2+y^3$ 을 인수분해하면 ________이다.

5. 만일 $2x^2-3x-1$과 $a(x-1)^2+b(x-1)+c$가 하나의 다항식의 서로 다른 형태와 같으면 $\dfrac{a+b}{c}=$ ______이다.

6. 방정식 $x^2-y^2=1991$은 ______개의 옹근수풀이를 가진다.

7. E가 바른4각형$ABCD$ 의 변 CD우의 한점이고 $DE=2$, B에서 선분 AE까지의 거리가 3이라면 바른4각형$ABCD$의 변의 길이는 ___이다.

8. 직3각형의 세변의 길이는 모두 정의옹근수이다. 그중 한 직각변의 길이가 21이라면 이 직3각형의 둘레의 길이는 최소 _____이다.

Ⅲ. 풀이문제

1. 자연수 $1, 2, 3, \cdots, 354$중에서 임의의 178개의 수를 취할 때 그것들의 차가 177인 수가 반드시 두개 있다는것을 증명하시오.

2. 평면우에 두 변의 길이가 같은 바른4각형 $ABCD$와 $A'B'C'D'$

가 있다. 그리고 바른4각형 $A'B'C'D'$의 정점 A'는 바른4각형 $ABCD$의 중심에 있다. $A'B'C'D'$를 A'점주위로 회전시킬 때 두개의 바른4각형이 겹치는 부분의 면적은 반드시 일정하다. 이 결론이 옳은가? 그것을 증명하시오.

3. 1, 9, 9, 0 네개 수자를 묶어서 얻어진 가능한 네자리수중에 자연수 n과의 합을 7로 나눈 나머지가 모두 1이 아닌 자연수 n을 작은 것부터 차례로 $n_1 < n_2 < n_3 < n_4 \cdots$배렬할 때 $n_1 \cdot n_2$의 값을 구하시오.

시 험 4

Ⅰ. 선택문제

1. x와 그의 거꿀수가 같으면 분수식 $\dfrac{x^2+2x-3}{x-1} \div \dfrac{x+3}{x^2-3x+1}$ 의 값은 (　　)이다.

(ㄱ) $-\dfrac{1}{4}$, (ㄴ) 5, (ㄷ) $-\dfrac{1}{4}$ 또는 5, (ㄹ) -1또는 5

2. 2^{3^4} 을 간단히 하면 (　)과 같다.

(ㄱ) 2^7, (ㄴ) 2^{12}, (ㄷ) 2^{81}, (ㄹ) 6^4

3. $a < b$이면 $\sqrt{-(x+a)^3(x+b)}$ 는 (　)과 같다.

(ㄱ) $(x+a)\sqrt{-(x+a)(x+b)}$,

(ㄴ) $(x+a)\sqrt{(x+a)(x+b)}$,

(ㄷ) $-(x+a)\sqrt{-(x+a)(x+b)}$,

(ㄹ) $-(x+a)\sqrt{(x+a)(x+b)}$

4. 실수 a, b, c가 $a+b+c=0, abc=8$을 만족시키면 $\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}+\dfrac{1}{c}$의 값은 (　)이다.

(ㄱ) 정수, (ㄴ) 0, (ㄷ) 부수, (ㄹ) 확정할수 없다

5. $x=\dfrac{1}{3}$, $y=\dfrac{1}{5}$이면 $\dfrac{\sqrt{y}}{\sqrt{x}-\sqrt{y}}-\dfrac{\sqrt{y}}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}$는 (　　)과 같다.

(ㄱ) $\frac{1}{3}$,　(ㄴ) 3,　(ㄷ) $-\frac{1}{3}$,　　(ㄹ) -3

6. 부등식 $\left|\frac{x+3}{x-1}\right| \ge \frac{x+3}{x-1}$ 의 풀이모임은 (　　　)이다.

(ㄱ) x는 모든 실수,　(ㄴ) $x>1$ 또는 $x\le -3$,

(ㄷ) $-3 \le x < 1$,　　　(ㄹ) 우의 답이 모두 틀린다

7. $\dfrac{1-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\cdots+\frac{1}{99}-\frac{1}{100}}{\frac{1}{101^2-1^2}+\frac{1}{102^2-2^2}+\cdots+\frac{1}{150^2-50^2}}$ 을 간단히 한 값은 (　) 과 같다.

(ㄱ) 100,　(ㄴ) $\frac{1}{100}$,　(ㄷ) $\frac{1}{200}$,　(ㄹ) 200

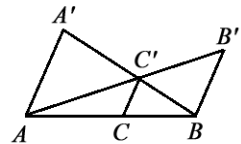
8. $\sqrt[3]{\dfrac{2-\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2}}}}{2-\sqrt{2+\sqrt{2}}}}-\sqrt[3]{\dfrac{1}{4}}$ 의 값은 (　　　　)이다.

(ㄱ) 정수,　(ㄴ) 부수,　(ㄷ) 0,　(ㄹ) 확정할수 없다

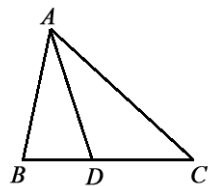
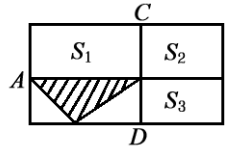
Ⅱ. 채우기문제

1. $\frac{a}{b+2c}=\frac{b}{c+2a}=\frac{c}{a+2b}=k$ 이면 $k=$ ________ .

2. $x^2-2xy-8y^2=0$ 이면 $x:y=$ ________ ; $(x+y):y=$ ________ .

3. 그림에서 선분 $AA'\,//\,CC'\,//\,BB'$이면 AA', BB', CC'는 등식 ________을 만족시킨다.

4. $\sqrt{39-\sqrt{432}}$ 의 옹근수부를 a, 소수부를 b 라고 하면 $\frac{11}{a+b}+\frac{11}{a+4-b}=$ ________

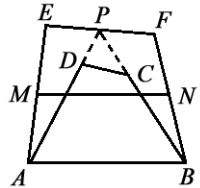
5. $a+b+c=1$,　$a^2+b^2+c^2=2$,　$a^3+b^3+c^3=3$이 성립하면 $a\cdot b\cdot c=$ ______

6. 그림의 $\triangle ABC$에서 $\angle BAC=60^\circ$, AD는 $\angle A$의 2등분선이고 $AC=AB+BD$이다. 그러면 $\angle B=$ ______이다.

7. 그림에서 두개의 선분 AB, CD가 큰 직4각형을 4개의 작은 직4각형으로 나누는데 그중 면적 $S_1=8, S_2=6, S_3=5$라고 하면 사선 친 3각형의 면적은 ______이다.

8. $\dfrac{x^2+x-3}{(x-1)(x-2)(x-3)}=\dfrac{A}{x-1}+\dfrac{B}{x-2}+\dfrac{C}{x-3}$ 에서 A=_____, B=_____, C= _____이다.

Ⅲ. 풀이문제

1. 직4각형$ABCD$안에 점 P가 있을 때 PA=1, PB=2, PC=3이면 PD의 길이는 얼마인가?

2. 실수범위내에서 련립방정식 $\begin{cases} x+y+z=\sqrt{x+y+z+1}+5 \\ \dfrac{x}{2}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z}{4} \end{cases}$ 을 푸시오.

3. 4각형 $ABCD$의 두변 AD, BC의 연장선이 점 P에서 선분 EF와 서로 사귄다. 이때 EP=PF이다. EF의 길이와 위치가 어떻든 선분 AE, BF의 가운데점을 맺은 선분은 항상 일정한 점을 지난다는것을 증명하시오.

시 험 5

Ⅰ. 선택문제

1. $|a-b|+ab=1$을 만족시키는 부아닌 옹근수쌍(a, b)은 (　　) 개이다.

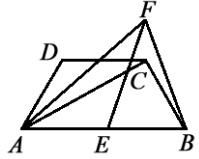
(ㄱ) 1,　(ㄴ) 2,　(ㄷ) 3,　(ㄹ) 4

2. x_0이 1원 2차방정식 $ax^2+bx+c=0\ (a\neq0)$의 풀이이면 판별식 $\triangle=b^2-4ac$ 와 두제곱식 $M=(2ax_0+b)^2$ 관계는 (　　)이다.

(ㄱ) $\triangle>M$,　(ㄴ) $\triangle=M$,　(ㄷ) $\triangle<M$,　(ㄹ) 확정할수 없다

3. $x^2-13x+1=0$일 때 x^4+x^{-4}의 하나자리수는 (　　)이다.

(ㄱ)1, (ㄴ)3,　(ㄷ) 5,　(ㄹ) 7

4. 그림의 등변제형 $ABCD$에서 $AB \parallel DC$, $AB = 2CD$, $\angle A = 60^{\circ}$ 이다. E가 밑변 AB우의 한점이고 $FE = FB = AC$, $FA = AB$이면 $AB : EB$ 는 (　　　)와 같다.

(ㄱ) 1 : 2,　(ㄴ) 1 : 3,　(ㄷ) 2 : 5,　(ㄹ) 3 : 10

5. $x_1, x_2, x_3, \cdots, x_9$는 모두 정의옹근수이고 $x_1 < x_2 < x_3 < \cdots < x_9$, $x_1 + x_2 + \cdots + x_9 = 220$이면 $x_1 + x_2 + \cdots + x_5$의 값이 최대일 때 $x_9 - x_1$의 최소값은 (　　)이다.

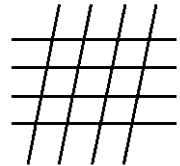
(ㄱ) 8,　(ㄴ) 9,　(ㄷ) 10,　(ㄹ) 11

6. $3^{1991} + 1991^3$의 값을 10진법으로 표시할 때 마지막자리수는 (　　)이다.

(ㄱ) 8,　(ㄴ) 4,　(ㄷ) 2,　(ㄹ) 0

7. 그림에서 모두 (　　　)개의 평행4변형을 찾을수 있다.

(ㄱ) 40,　　　(ㄴ) 38,

(ㄷ) 36,　　　(ㄹ) 30

8. 2개의 수렬 1, 3, 5, 7,⋯,1991; 1, 6, 11, 16,⋯,1991이 주어졌다. 그러면 이 두수렬에서 반복되는 수는 모두 (　　)개 있다.

(ㄱ) 201,　(ㄴ) 200,　(ㄷ) 199,　(ㄹ) 198

Ⅱ. 채우기문제

1. 시계종이 7번 치는데 42초 걸린다. 10번 치는데는 ___초 걸린다.

2. 아래수들을 작은것부터 커지는 차례로 배렬하면 _____이다 (π, 3.14, 3.1416, $\frac{22}{7}$, $\frac{355}{113}$).

3. 순환소수 $0.19\dot{9}\dot{1}$와 $0.\dot{1}99\dot{1}$의 차를 제일 간단한 분수로 만들면 ______이다.

4. 관리원이 부주의로 10개 방의 10개 열쇠를 섞어놓았다. 만약 매 열쇠로 꼭 한방씩만 열게 되였다면 _____차례 실험해보아야 매 방의 열쇠들을 찾을수 있다.

5. 어떤 2등변3각형의 밑변에 대한 높이가 18cm이고 옆변의 가운데선이 15cm라면 이 2등변3각형의 면적은 ______ 과 같다.

6. $x\neq 0$일 때 $\dfrac{\sqrt{1+x^2+x^4}-\sqrt{1+x^4}}{x}$의 최대값은 ______이다.

7. $\triangle ABC$에서 $\angle C=90^\circ$ $\angle A$와 $\angle B$의 2등분선이 점P에서 사귀고 E점에서 $PE\perp AB$이다. $BC=2, AC=3$이면 $AE\cdot EB=$______이다.

8. a, b가 모두 정의 실수이고 $\dfrac{1}{a}-\dfrac{1}{b}-\dfrac{1}{a+b}=0$이면 $\left(\dfrac{b}{a}\right)^3+\left(\dfrac{a}{b}\right)^3=$ ____이다.

Ⅲ. 풀이문제

1. 4개의 서로 다른 정수 x, y, m, n 중에서 x는 최소, n은 최대이고 $x:y=m:n$이다. $x+n$과 $y+m$의 크기를 비교하고 증명하시오.

2. n이 50보다 작은 자연수일 때 대수식 $4n+5$와 $7n+6$이 1보다 큰 공통약수를 가지게 되는 n의 값을 구하시오.

3. 몇명의 병사들이 있는데 한줄에 8명씩인 직4각형대렬을 만들수 있다. 대렬에 120명의 병사들을 증가하거나 빼버리면 한개의 바른 4각형대렬을 만들수 있다. 원래 직4각형대렬에 몇명의 병사가 있었는가?

시 험 6

Ⅰ. 선택문제

1. $\dfrac{1}{1-\sqrt[4]{3}}+\dfrac{1}{1+\sqrt[4]{3}}+\dfrac{1}{1+\sqrt{3}}$의 값은 (   )이다.

(ㄱ) 1, (ㄴ) -1, (ㄷ) 2, (ㄹ) -2

2. $\triangle ABC$에서 AD는 높이이고 $AD^2=BD\cdot CD$이면 $\angle BAC$는 (   ).

(ㄱ) 90° 보다 작다, (ㄴ) 90° 와 같다,

(ㄷ) 90° 보다 크다, (ㄹ) 확정할수 없다

3. 35개 련이은 자연수들의 2차뿌리들의 옹근수부가 다 같다. 이 옹근수부는 (   )이다.

(ㄱ) 17, (ㄴ) 18, (ㄷ) 35, (ㄹ) 36

4. 6각형의 둘레의 길이는 20이다. 매 변의 길이는 모두 옹근수이고 그중 임의의 세변을 변으로 하는 3각형은 만들수 없다. 그러면 이런 6각형은 (　　).

(ㄱ) 존재하지 않는다,　　　　　(ㄴ) 1개뿐이다,

(ㄷ) 유한개이나 하나는 아니다,　(ㄹ) 무수히 많다

5. 어떤 공장의 작년 생산총액은 재작년보다 $a\%$증가하였다. 그러면 재작년은 작년의 (　　)%였다.

(ㄱ) a,　(ㄴ) $(1+a)$,　(ㄷ) $\frac{a+1}{100a}$,　(ㄹ) $\frac{a}{100+a}$

6. 고뿌 A에는 $2m$ml의 붉은색잉크가, B고뿌에는 $m$ml의 푸른색잉크가 담겨져있다. 고뿌 A에서 $a$ml 덜어서 고뿌 B에 넣는다$(0<a<m)$. 넣은후 또 고뿌 B에서 $a$ml를 덜어 고뿌A에 넣는다. 그러면 이때 (　　)이다.

(ㄱ) 고뿌 A에 혼합된 푸른색잉크는 고뿌 B에 혼합된 붉은색잉크보다 적다,

(ㄴ) 고뿌 A에 혼합된 푸른색잉크는 고뿌 B에 혼합된 붉은색잉크보다 많다,

(ㄷ) 고뿌 A에 혼합된 푸른색잉크와 고뿌 B에 혼합된 붉은색잉크량은 같다,

(ㄹ) 고뿌 A에 혼합된 푸른색잉크와 고뿌 B에 혼합된 붉은색잉크는 어느것이 많은지, 적은지 확정할수 없다

7. $\triangle ABC$에서 $AB=2\sqrt{2}$, $AC=\sqrt{2}$, $BC=2$이다. P가 변 BC우의 임의의 점이면 (　　).

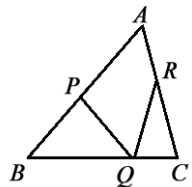
(ㄱ) $PA^2<PB\cdot PC$,

(ㄴ) $PA^2=PB\cdot PC$,

(ㄷ) $PA^2>PB\cdot PC$,

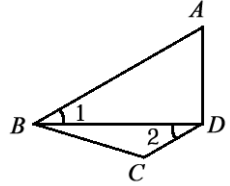
(ㄹ) PA^2 과 $PB\cdot PC$의 크기관계는 정할수 없다

8. 그림에서 점 P, Q, R는 각각 $\triangle ABC$의 변 AB, BC, CA우의 점이고 $BP=PQ=QR=RC=1$이다. 그러면 $\triangle ABC$의 최대면적은 (　)이다.

(ㄱ) $\sqrt{3}$,　(ㄴ) 2,　(ㄷ) $\sqrt{5}$,　(ㄹ) 3

Ⅱ. 채우기문제

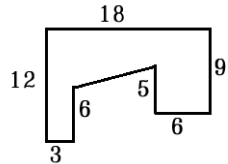
1. $\left[\sqrt{1.21}-\sqrt{0.0916}\right] \Big/ \left[\sqrt{\dfrac{9}{625}}+\sqrt[3]{\left(\dfrac{1}{-12.5}\right)^3}\right] =$ ________ .

2. $\sqrt{8}-\sqrt{98}+\sqrt{50}=$ ________ .

3. 그림에서 $\angle A=60^\circ$, $\angle 1=\angle 2$이다. 그러면 $\angle ADC=$ ______ .

4. 만일 $\sqrt{a-1}+(ab-2)^2=0$ 이다. 그러면 $\dfrac{1}{ab}+\dfrac{1}{(a+1)(b+1)}+\cdots+\dfrac{1}{(a+1990)(b+1990)}$ 의 값은 ____이다.

5. $\triangle ABC$에서 $\angle CAB=\angle B=90^\circ$, $\angle C$의 2등분선과 AB는 점 L 에서 사귄다. $\angle C$의 외각의 2등분선과 BA의 연장선은 점 N에서 사귄다. $CL=3$이면 $CN=$_____.

6. a, b, c가 $a+b+c=0$, $abc=8$을 만족시킨다. 그러면 c가 취할수 있는 값범위는 _____.

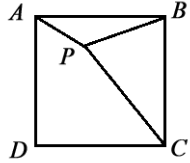
7. 도형의 면적(길이단위는 모두 cm)을 계산하면 ________.

8. 방정식 $x^2+px+q=0$에서 $P>0$, $q<0$일 때 방정식의 정수풀이는 _______개이다.

Ⅲ. 풀이문제

1. 두대의 뻐스가 같은 지점에서 동시에 출발하여 같은 방향으로 똑같은 속도로 곧추 달린다. 매 차에는 최대로 24통의 기름이 있고 도중에 다른 기름을 쓸수 없다. 한통의 기름으로는 한대의 뻐스가 60km 달릴수 있다. 두차는 반드시 출발지점에 돌아와야 한다. 그러나 동시에 돌아오지 않을수 있다. 두 차는 서로 기름을 빌릴수 있다. 둘중 어느 한대의 차가 출발점으로부터 될수록 멀리 가자면 다른 차는 출발점으로부터 몇km지점에서 돌아와야 하는가? 출발점으로부터 제일 멀리가는 차는 몇km 달리게 되겠는가?

2. A, B 두 사람이 같은 장소에서 시험치고 오전 10h에 동시에 시험장을 떠나서 동시에 점심을 먹었다. 그런데 A는 《나는 점심 2h전과 시험시작후 1.5h사이에 비교적 일찍 시험장을 떠났다.》라고 말하고

B는 《나는 점심 2.5h전과 시험후 1h사이에서 약 1h 늦게 시험장을 떠났다.》라고 말했다. 시험시작시간과 점심식사시간을 구하시오.

3. 그림에서 P는 바른4각형 $ABCD$안의 한점이고 $PA=5$, $PB=8$, $PC=13$이다. 바른4각형 $ABCD$의 면적을 구하시오.

시 험 7

Ⅰ. 선택문제

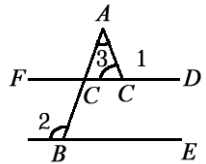
1. $2x^4+4x^3-3x^2+mx+n$이 x^2+2x-1로 완제될 때 $m \cdot n$의 값은 (　　　　).

(ㄱ) 2, (ㄴ) -2, (ㄷ) 1, (ㄹ) -1

2. $a<b<c$일 때 $\frac{1}{a-b}+\frac{1}{b-c}+\frac{1}{c-a}$ 의 값은 (　　　　).

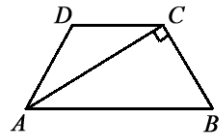
(ㄱ) 정수, (ㄴ) 부수, (ㄷ) 0, (ㄹ) 확정할수 없다

3. $FD \,//\, BE$이면 $\angle 1+\angle 2-\angle 3$의 값은 (　　　).

(ㄱ) 90°, (ㄴ) 135°, (ㄷ) 150°, (ㄹ) 180°

4. $\frac{1}{a^2}+\frac{1}{a}-1=0$, $b^4+b^2-1=0$이고 $ab^2\neq 0$이면 $\frac{ab^2-1}{a}$의 값은 (　　　).

(ㄱ) $\sqrt{5}$, (ㄴ) $-\sqrt{5}$, (ㄷ) $\pm\sqrt{5}$, (ㄹ) -1

5. 제형 $ABCD$에서 $AB \,//\, CD$이고 AC는 $\angle BAD$의 2등분선이다. 그리고 $AC\perp BC$, $BC=3$cm, $AC=6$cm이다. 이때 $\triangle ACD$의 면적은 (　　)이다.

(ㄱ) 9 cm², (ㄴ) $\frac{9}{2}$cm², (ㄷ) 6cm², (ㄹ) 3cm²

6. $\triangle ABC$에서 $\angle A=60°$, AD는 $\angle A$안의 2등분선이고 $AC=AB+BD$이다. 그러면 $\angle B$는 (　　).

(ㄱ) 45°, (ㄴ) 60°, (ㄷ) 75°, (ㄹ) 80°

7. 방정식 $x|x|-3|x|-4=0$ 의 실수풀이는 (　　)개이다.

(ㄱ) 1,　(ㄴ) 2,　(ㄷ) 3,　(ㄹ) 4

8. $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{1}{5}$의 옹근수풀이는 모두 (　　)있다.

(ㄱ) 6조,　(ㄴ) 2조,　(ㄷ) 4조,　(ㄹ) 5조

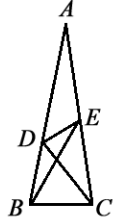
Ⅱ. 채우기문제

1. 만약 $u, v,$ 가 $v=\sqrt{\frac{2u-v}{4u+3v}}+\sqrt{\frac{v-2u}{4u+3v}}+\frac{3}{2}$ 을 만족시키면 $u^2-uv+v^2=$ ________.

2. $x^4+1997x^2+1996x+1997$을 인수분해한 결과는 ____이다.

3. 직3각형의 빗변의 길이가 $\sqrt{6}$, 나머지 두 직각변중 한변의 길이는 나머지 한변의 길이의 소수부라면 직3각형둘레의 길이는 _____이다.

4. a, b, c, d가 모두 정수이고 $\frac{a}{b}<\frac{c}{d}$이면 $\frac{a}{b}$, $\frac{a+c}{b+d}$, $\frac{c}{d}$의 크기순서는 _____이다.

5. 그림의 $\triangle ABC$에서 $\angle ABC=\angle ACB=80^\circ$ 이다. D, E는 각각 AB, AC우의 점이고 $\angle DCA=30^\circ$, $\angle EBA=20^\circ$ 이면 $\angle BED=$____.

6. 방정식 $\frac{x-7}{\sqrt{x-3}+2}+\frac{x-5}{\sqrt{x-4}+1}=\sqrt{10}$ 의 풀이는 ___이다.

7. A, B두 도시에는 각각 기계가 12대, 6대 있는데 그것을 C도시에 10대, D도시에 8대 주어야 한다. A도시로부터 C도시, D도시까지 1대당 기계운반비는 각각 400원, 800원이다. B도시부터 C, D도시까지의 기계운반비는 대당 300원, 500원이다. 그러면 총 운반비는 최소로 _____원이다.

8. x_1, x_2 이 방정식 $x^2+x-3=0$의 두풀이이면 $x_1^3-4x_2^2+19$ 의 값은 _______이다.

Ⅲ. 풀이문제

1. $3x^2+4y-10=0$을 안다. $15x^3+3x^2y+20xy+4y^2+3x^2-50x-6y$

의 값을 구하시오.

2. 제형 $ABCD$가 있다. $AB//CD$, E는 선분 AB우의 한점, F는 선분 CD우의 한점, 선분 CE와 BF는 점 H에서 사귀고 선분 AF와 ED는 G에서 사귄다. $S_{EHFG} \le \frac{1}{4} S_{ABCD}$임을 증명하시오.

3. 아래의 식들을 관찰하자.

$7 \times 88 = 616$
$77 \times 88 = 6776$
$77 \times 858 = 66066$
$777 \times 858 = 666666$
$7777 \times 8558 = 66555566$
$707 \times 8558 = 6050506$

일반적으로

$$\underbrace{7070707 \cdots 0707}_{\text{n개의 0}} \times 858 = \underbrace{6066 \cdots 6606}_{\text{2n개의 6}} \qquad (n=1, 2, 3, \cdots)$$

《흥미있는 수》들의 묶음(x, y, z)을 다음과 같이 정의하자. 《흥미있는 수》라는것은 오른쪽 1의 자리수로부터 100의 자리수까지 차례로 읽으면서 취한 수자들의 배렬이 제일 왼쪽첫자리로부터 시작하여 100의 자리, 10의 자리, 1의 자리로 읽으면서 얻은 수자들의 배렬과 완전히 같은 정의 옹근수를 말한다(실례로 12321과 12321). 여기서 x, y는 모두 10보다 크다. x와 y의 매자리의 수자는 모두 2보다 크다. 이때 $x \cdot y$가 《흥미있는 수》 z로 되는 수들의 묶음 (x, y, z)은 무수히 많다는것을 증명하시오.

시 험 8

Ⅰ. 선택문제

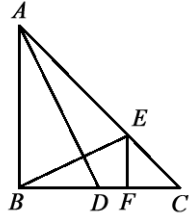
1. 뾰족3각형 ABC의 세변의 길이는 각각 a, b, c이고 세 변우에 세운 높이는 각각 h_a, h_b, h_c이다. 만일 $a > b > c$이면 $a+h_a$, $b+h_b$, $c+h_c$의 크기관계는 ( )이다.

(ㄱ) $a+h_a > b+h_b > c+h_c$,

(ㄴ) $a+h_a < b+h_b < c+h_c$,

(ㄷ) $b+h_b < a+h_a < c+h_c$,

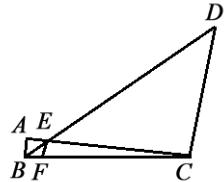
(ㄹ) $b+h_b > a+h_a < c+h_c$

2. 그림의 2등변직3각형 ABC에서 AD는 직각변 BC에 그은 가운데선이고 B를 지나 AD에 그은 수직선의 밑점을 E라고 하면 $EF\perp BC$이다. $AB=BC=a$이면 EF의 길이는 (　)이다.

(ㄱ) $\frac{1}{3}a$, (ㄴ) $\frac{1}{2}a$, (ㄷ) $\frac{2}{3}a$, (ㄹ) $\frac{2}{5}a$

3. 어두운 방안에 붉은색, 풀색, 푸른색, 누른색, 흰색의 양말이 각각 몇개씩 있다. 이 방안에서 10컬레의 양말을 꺼내자면 (두 짝이 같은 색일 때 한컬레)꺼낼수 있는 양말은 최소(　)개이다.

(ㄱ) 23, (ㄴ) 24, (ㄷ) 25, (ㄹ) 26

4. 그림에서 $AB \mathbin{/\!/} EF \mathbin{/\!/} CD$이다. $AB=10$, $CD=80$, $BC=100$이면 EF의 값은 (　)이다.

(ㄱ) 10, (ㄴ) 12, (ㄷ) 16, (ㄹ) 28

5. $x=\frac{1}{2}\left(1991^{\frac{1}{n}}-1991^{-\frac{1}{n}}\right)$ (n은 자연수)이면 $\left(x-\sqrt{1+x^2}\right)^n$의 값은 (　)이다.

(ㄱ) 1991^{-1}, (ㄴ) -1991^{-1}, (ㄷ) $(-1)^n 1991$, (ㄹ) $(-1)^n 1991^{-1}$

6. a, c, d는 옹근수, b는 정의 옹근수, $a+b=c$, $b+c=d$, $c+d=a$이면 $a+b+c+d$의 최대값은 (　)이다.

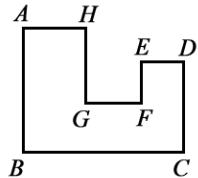
(ㄱ) -1, (ㄴ) -5, (ㄷ) 0, (ㄹ) 1

7. 뾰족3각형 ABC에서 $AC=1$, $AB=C$, $\angle A=60^\circ$이고 $\triangle ABC$의 외접원의 반경은 $R\leq 1$이다. 그러면 (　)이다.

(ㄱ) $\frac{1}{2}<C<2$, (ㄴ) $0<C\leq\frac{1}{2}$, (ㄷ) $C>2$, (ㄹ) $C=2$

Ⅱ. 채우기문제

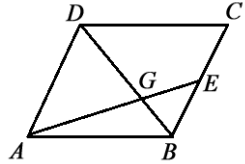
1. 짝홀성에 따라 분류하면 $2^{1990}+3^{1990}+7^{1990}+9^{1990}$은 _____수이다.

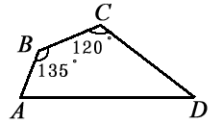
2. 그림의 다각형 $ABCDEFGH$의 이웃한 변들은 서로 수직이다. 이 둘레길이를 구하자면 최소로 알아야 할것은 ____개 변의 길이이다.

3. $\triangle ABC$에서 $AB=2AC$, D는 AB변우의 한점이고 $AD=\frac{1}{4}AB$이

면 $CD:BC$=______이다.

4. 수 1, 2, 3, ⋯, 1990의 앞에 《+》 또는 《−》부호를 써넣고 계산할 때 얻어질수 있는 가능한 최소의 부아닌 수는 _____이다.

5. 어떤 사람이 전동차로선을 따라가는데 12min만에 한대의 전동차가 뒤에서부터 따라잡고 4min만에 1대씩 앞에서부터 마주 온다. 이 사람과 전동차의 속도가 다 일정하다고 하면 전차는 ____min간격으로 시작정류소로부터 1대씩 출발한다.

6. 평행4변형 $ABCD$에서 E는 BC변의 가운데점, AE는 대각선 BD와 점 G에서 사귄다. △BEG의 면적이 1이면 평행4변형 $ABCD$의 면적 ______이다.

7. m, n, p, q가 부아닌 옹근수이고 모든 $x>0$에 대하여 $\frac{(x+1)^m}{x^n}-1=\frac{(x+1)^p}{x^q}$이 항상 성립하면 $(m^2+2n+p)^{2q}$=_____이다.

8. 4각형$ABCD$에서 $\angle ABC=135°$, $\angle BCD=120°$, $AB=\sqrt{6}$, $BC=5-\sqrt{3}$, $CD=6$ 이면 AD=_______이다.

Ⅲ. 풀이문제

1. 실수 x, y에 대하여 $x+y$, $x-y$, xy, $\frac{x}{y}$중 3개는 같은 값을 가진다. 이런 성질을 가지는 수들의 쌍(x, y)를 모두 구하시오.

2. 어떤 공사대상을 A, B 두 반이 맡아 $2\frac{2}{5}$ 일에 할수 있는데 1800원을 지불해야 한다. B, C 두반이 맡아하면 $3\frac{3}{4}$일에 완성할수 있는데 1500원을 지불해야 한다. C, A반이 맡아하면 $2\frac{6}{7}$일에 완성할수 있는데 1600원 지불해야 한다. 한개반을 시켜서 한주일이내에 완성하면서도 자금을 제일 적게 들이자면 어느반을 선택하면 되겠는가?

3. 바른4각형 $ABCD$를 n^2개의 작은 칸(n은 자연수)으로 나누고 정점 A와 C는 붉은색, B와 D는 푸른색으로 칠하고 나머지정점들은 붉은색과 푸른색중 어느 한가지로 색을 칠한다. 작은 칸들에서 3개의 정점이 같은 색이 칠해진 칸들은 반드시 짝수개임을 증명하시오.

시 험 9

Ⅰ. 선택문제

1. 분수식 $\frac{x^2-7x+12}{x^2-9}$ 의 값이 0이면 x의 값은 (　　)이다.

(ㄱ) 3,　(ㄴ) 4,　(ㄷ) 3, 4,　(ㄹ) -3, -4

2. 실수 a, b가 $a^2b^2+a^2+b^2+1=4ab$를 만족시키면 $a+b$의 값은 (　　)이다.

(ㄱ) 2,　(ㄴ) -2,　(ㄷ) 2, -2,　(ㄹ) 우의 것이 모두 틀린다

3. 3각형의 3개 정점들과 내부의 점 7개를 정점으로 하여 원래의 3각형을 최대로 n개의 작은 3각형들로 나누었다면 n의 값은 (　　)이다.

(ㄱ) 13,　(ㄴ) 14,　(ㄷ) 15,　(ㄹ) 16

4. n각형의 내각의 합이 S_n이고 그중 한 내각을 제외한 나머지 내각들의 합이 $2570°$이다. 그러면 제외한 내각의 크기는 (　　)이다.

(ㄱ) $90°$,　(ㄴ) $105°$,　(ㄷ) $120°$,　(ㄹ) $130°$

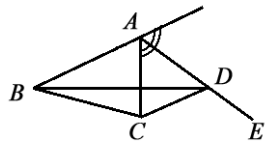
5. 다음의 네묶음수가 주어졌다.

(1) 3, 4, 5,　(2) 3^2, 4^2, 5^2,　(3) $\frac{1}{3},\frac{1}{4},\frac{1}{5}$,　(4) $\frac{1}{3^2},\frac{1}{4^2},\frac{1}{5^2}$. 그중 어떤 조는 그 조의 수들을 변의 길이로 하여 3각형을 만들수 있다. 3각형을 만들수 있는 수묶음은 (　　)이다.

(ㄱ) 1개조,　(ㄴ) 2개조,　(ㄷ) 3개조,　(ㄹ) 4개조

6. $2n$자리수 $x=\underbrace{444\cdots4}_{n\text{개의 }4}\underbrace{888\cdots8}_{n-1\text{개의 }8}9$가 완전두제곱수이면 자연수 n의 값은(　　)이다.

(ㄱ) 1,　(ㄴ) 2,　(ㄷ) 4,　(ㄹ) 임의의 자연수

7. 그림의 $\triangle ABC$에서 AE가 $\angle BAC$의 외각의 2등분선이고 D가 AE우의 임의의 한점이면 $AB+AC$ (　　) $DB+DC$이다.

(ㄱ) >,　(ㄴ) <,　(ㄷ) =,　(ㄹ) 확정할수 없다

8. $a+b+c=0, abc\neq 0$이면 $a\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{c}\right)+b\left(\frac{1}{c}+\frac{1}{a}\right)+c\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)+3$의 값은 (　　)이다.

(ㄱ) 0, (ㄴ) 1, (ㄷ) -1, (ㄹ) 확정할수 없다

Ⅱ. 채우기문제

1. 2등변3각형의 정각의 외각과 한 밑각의 외각의 합이 250°일 때 정각의 크기는 ________이다.

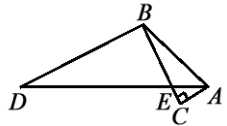
2. $3+\sqrt{7}$과 $4-\sqrt{7}$의 소수부가 각각 m, n이면 $mn-2m+3n+1$의 값은 ____이다.

3. 방정식 $(6x+7)^2(3x+4)(x+1)=6$의 두 풀이의 적은____이다.

4. 정의옹근수 a, b, c 가 $a^2+6^2=b^2$, $d^2+10^2=c^2$이면 $c^2+d^2-a^2-b^2=$______

5. a, b, c가 실수이고 $a+b+c=2\sqrt{3}$, $a^2+b^2+c^2=4$이면 $(a-2b+c)^{1996}=$ _____

6. p, q가 모두 씨수이고 $p<q$, x가 미지수인 방정식 $px+4q=74$의 풀이이면 $p^3-q=$ ______.

7. 그림의 $\triangle ABC$에서 $\angle C=90^\circ$, $BD//AC$, AD는 BC와 점 E에서 사귄다. $DE=2AB$ 이면 $\angle BAE$ =______ $\angle ABC$

8. $\left[\frac{23\times 1}{101}\right]+\left[\frac{23\times 2}{101}\right]+\left[\frac{23\times 3}{101}\right]+\cdots\cdots+\left[\frac{23\times 100}{101}\right]$의 값은 _____

Ⅲ. 풀이문제

1. $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1$, $\frac{a}{x}+\frac{b}{y}+\frac{c}{z}=0$ 일 때 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}$의 값을 구하시오.

2. 점 P가 뾰족3각형 ABC의 변우로 움직일 때 $PA+PB+PC$가 최소로 되는 점 P의 위치를 찾고 그 결과를 증명하시오.

3. 면적이 1인 3각형은 면적이 2보다 작은 평행4변형으로 덮어씌울수 없다는것을 증명하시오.

시 험 10

Ⅰ. 선택문제

1. $2^{1^0} \cdot \left(3^9\right)^1 \cdot \left(2^3\right)^2 \cdot 3^{2^3} = 2^x \cdot 3^y$ 이면 $(x, y) =$ (　　　).

(ㄱ) (7, 17), (ㄴ) (15, 17), (ㄷ) (7, 15), (ㄹ) (15, 16)

2. $(m^2+n^2)^2-[(-n)^2-(-m)^2]^2=$(　　　).

(ㄱ) $-4m^2n^2$, (ㄴ) $4m^2n^2$, (ㄷ) 0, (ㄹ) $2m^2+2n^2$

3. 방정식 $|x|+|y|-3=0$은 (　　　)조의 서로 다른 옹근수풀이를 가진다.

(ㄱ) 16, (ㄴ) 14, (ㄷ) 12, (ㄹ) 10

4. 한 수렬에서 첫수와 마지막수를 제외하고 나머지수들이 모두 그옆에 있는 두 수의 합과 같다면 그 수렬은 《파동성질》을 가지고 있다고 말한다. 실례로 2, 3, 1, -2, -3인데 여기서 $3=2+1$, $1=3-2$, $-2=1-3$이다. 다음의 식에서 *은 한개의 수를 표시하는데 파동성질을 만족시킨다고 하자. 이 18개의 *이 표시하는 수들의 합은 (　)이다.

| * * * * * * * * * * * * * * * * * * * |

(ㄱ) -64, (ㄴ) 64, (ㄷ) 18, (ㄹ) 0

5. 3개 무지에 돌멩이가 각각 2, 3, 4개씩 있다. 두 사람이 번갈아 돌을 집어던진다. 규정은 매 사람이 한번에 적어도 1개이상의 돌을 던지며 반드시 1개 무지의 돌을 던져야 한다. 마지막 한개 던지게 되는 사람이 패한다. 그러면 반드시 (　　)가 승리할수 있다.

(ㄱ) 먼저 던지는 사람, (ㄴ) 후에 던지는 사람,

(ㄷ) 두 사람 다 같다, (ㄹ) 두 사람 다 승리할수 없다

6. A, B, C반 학생들의 평균나이는 14, 13, 12살이고 3개반 학생들의 총 평균나이는 13살이다. 그러면 A, B, C반의 인원수 a, b, c는 (　)을 만족시킨다.

(ㄱ) $a=c$, (ㄴ) $a+c=2b$, (ㄷ) $a\times c=b^2$, (ㄹ) $a>b>c$

7. 한줄에 10그루의 나무를 심는데 나무사이간격은 10m이고 첫 그루의 나무가 있는 곳에 우물이 있다. 한 학생이 우물에서 물을 길어 나무에 물을 준다. 매 그루에 한통씩 주어야 한다면 그는 적어도 (　　　)m 걸어야 10그루의 나무에 물을 다 줄수 있다.

(ㄱ) 410, (ㄴ) 490, (ㄷ) 500, (ㄹ) 510

Ⅱ. 채우기문제

1. $x-y-z=19, x^2+y^2+z^2=91$ 이면 $yz-zx-xy=$ ______.

2. $x^2+\frac{1}{x^2}=2$ 이면 $\frac{1}{x}+x^9+\frac{1}{x^9}+x=$ __________.

3. 방정식 $\begin{cases} 2x-3y+5z=5 \\ 4x-9y+25z=19 \\ 8x-27y+125z=95 \end{cases}$의 풀이는 _____.

4. 수 1, 2, 3, ···, 20의 20개의 수가운데서 12개를 선택하는데 선택된 수들중 임의의 두개수의 최소공배수 역시 그 선택된 수들중에 있다면 최대로 ______개의 수를 선택할수 있다.

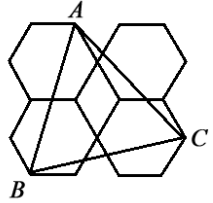
5. 다음의 등식이 성립한다는것을 쉽게 알아볼수 있다. $1991=2\times4^5\times0\times4^4+(-1)\times4^3+0\times4^2+2\times4^1+(-1)\times1$. 이 식의 특징은 오른변은 $1, 4^1, 4^2, 4^3$, ···의 몇배의 합이다. 여기서 배수는 모두 -1배, 0배, 1배, 2배이고 4의 최고차수의 배수는 0이 아니다. 이로부터 이 표시식을 간단히 쓰면 $1991=(2, 0, -1, 0, 2, -1)_4$로 쓸수 있다. 만일 배수를 고쳐서 -2배, -1배, 0배 또는 1배로 하고 기타 표시방식과 의미를 모두 고치지 않는다면 이 표시식은 $1991=(\qquad)_4$로 고칠수 있다.

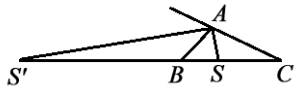
6. 한 학생은 5개 지역의 5개 곳을 유람하였다. 그는 매개 지점에서 5원의 나들표를 사고 가지고있던 돈의 절반을 소비하였으며 마지막에 남은 돈이 100원이였다. 그러면 이 학생은 처음에 ____원을 가지고있었다.

7.

$$
\begin{array}{cccccc}
 & & & 1 & & \\
 & & \frac{1}{2} & * & & \\
 & & * & * & \frac{1}{3} & \\
 & \frac{1}{4} & * & * & * & \\
 & * & * & * & * & \frac{1}{5} \\
\frac{1}{6} & * & * & * & * & *
\end{array}
$$

우의 3각형수표에서 *는 한개수를 표시한다(수가 꼭 같은것은 아니다). 그리고 매개 수는 그 다음행의 이웃한 두 수의 합과 같다 (즉 모두 $\frac{1}{6}$*****$\frac{a}{bc}$의 형태인데 반드시 a=b+c이다). 그러면 표에서 15개 *가 표시하는 거꿀수의 합은 ____이다.

8. 4개의 같은 크기의 바른6각형이 그림처럼 배렬되여있다. 매개 6각형의 면적은 6이다. 그러면 △ABC의 면적은 ________이다.

Ⅲ. 풀이문제

1. △ABC에서 A, B, C의 맞은변을 각각 a, b, c이고 a〉b〉c이다. ∠A의 2등분선과 외각의 2등분선을 각각 AS, AS', ∠B의 2등분선과 외각의 2등분선을 각각 BT, BT', ∠C의 2등분선과 외각의 2등분선을 각각 CU, CU'라고 할 때 $\frac{1}{SS'}+\frac{1}{UU'}=\frac{1}{TT'}$임을 증명하시오(그림에는 AS, AS'만을 그렸다).

2. 직선우에 1990개의 점이 있다. 이 점들을 끝점으로 하는 모든 선분들의 가운데점들을 찍어라. 서로 겹치지 않는 점들은 최소 몇개 찾을수 있는가?

3. 화물선우에 몇개의 상자가 쌓여있다. 그 총 질량은 10t이고 매 상자의 질량은 1t을 넘지 않는다. 이 상자들을 한번에 운반하자면 3 t짜리 화물차가 적어도 몇대 있어야 하는가?

시 험 11

Ⅰ. 선택문제

1. 다음의 4개의 식

① $\frac{(a-b)^2}{(b-a)^2}\cdot\frac{b-a}{a-b}$, ② $\frac{2x^3y}{(x+y)^2}\div\frac{x^2y^2}{x+y}$,

③ $\frac{-x+3}{x-1}+\frac{x-3}{1-x}$, ④ $\frac{b+a}{a^2-b^2}-\frac{a+b}{b^2-a^2}$

을 간단히 하여도 여전히 분수식인것은 오직 ( )이다.

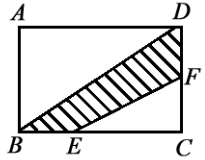
(ㄱ) 모두,　(ㄴ) ②, ③, ④,　(ㄷ) ②, ④,　(ㄹ) ②

2. $\dfrac{x}{x-\dfrac{x^2}{x-\dfrac{x}{1-x}}}$ 를 간단히 한 결과는 (　　)이다.

(ㄱ) $(1-x)$,　(ㄴ) $x-1$,　(ㄷ) x,　(ㄹ) $\dfrac{1}{x}$

3. $\triangle ABC$에서 $AB=AC$이고 M은 BC우의 임의의 한 점이면 $AB^2-AM^2-BM\cdot MC$의 값은 (　　)이다.

(ㄱ) >0,　(ㄴ) <0, (ㄷ) $=0$,　(ㄹ) 확정할수 없다

4. 그림의 직4각형$ABCD$에서 F는 CD의 가운데점, E는 BC의 3등분점이면 S_{ABCD}=(　　)S_{BEFD}.

(ㄱ) 3,　(ㄴ) 4,　(ㄷ) 5,　(ㄹ) 6

5. 방정식 $|x|=ax+1$이 한개의 부수풀이를 가지고 정수풀이를 가지지 않는다면 a의 값범위는 (　　)이다.

(ㄱ) $a>-1$,　(ㄴ) $a=1$,　(ㄷ) $a\geq 1$, (ㄹ) 우의것이 다 틀린다

6. $\triangle ABC$에서 두 가운데선 BD와 AE가 점 F에서 사귀면 $4AE-3AC-2BD$는 (　　)이다.

(ㄱ) >0,　(ㄴ) <0,　(ㄷ) $=0$,　(ㄹ) 확정할수 없다

7. $xy-x-y-4=0$이면 $(xy-1)^2-2x^2y-2xy^2+x^2+y^2+6xy-2x-2y$의 값은 (　　)이다.

(ㄱ) 4,　(ㄴ) 5,　(ㄷ) 16,　(ㄹ) 25

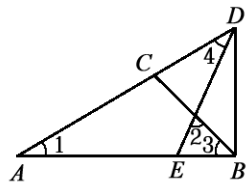
8. a, b, c는 9보다 크지 않은 서로 다른 자연수, $\overline{ab}$, $\overline{bc}$는 각각 두자리수를 표시할 때 $\dfrac{\overline{ab}}{\overline{bc}}=\dfrac{a}{c}$를 만족시키는 분수$\dfrac{\overline{ab}}{\overline{bc}}$는 (　　)있다.

(ㄱ) 2조,　(ㄴ) 4조,　(ㄷ) 6조,　(ㄹ) 8조

Ⅱ. 채우기문제

1. 방정식 $\sqrt{x^2+2}+\dfrac{1}{\sqrt[3]{x^2+1}}=1+\sqrt{x^2+3}$의 풀이의 개수는 ____이다.

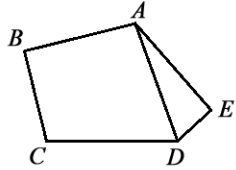
2. x^5+x^4+1을 인수분해하면 _____이다.

3. 그림에서 $\angle 1=30^\circ$, $\angle 2=70^\circ$, $\angle 3=55^\circ$이면 $\angle 4=$ _____.

4. $\dfrac{a^2\left(\dfrac{1}{b}-\dfrac{1}{c}\right)+b^2\left(\dfrac{1}{c}-\dfrac{1}{a}\right)+c^2\left(\dfrac{1}{a}-\dfrac{1}{b}\right)}{a\left(\dfrac{1}{b}-\dfrac{1}{c}\right)+b\left(\dfrac{1}{c}-\dfrac{1}{a}\right)+c\left(\dfrac{1}{a}-\dfrac{1}{b}\right)}=$______.

5. a가 유리수이고 $\dfrac{a}{6}, \dfrac{a}{12}, \dfrac{a}{20}, \dfrac{a}{30}$의 합이 1이 되는 a의 값은 ______이다.

6. p, q, r가 다음의 세개의 식 ① $\dfrac{pq}{p+q}=\dfrac{6}{5}$, ② $\dfrac{qr}{q+r}=\dfrac{3}{4}$, ③ $\dfrac{rp}{r+p}=\dfrac{2}{3}$를 만족시키면 $\dfrac{pq+qr+rp}{pqr}$의 값은 ____이다.

7. $x-\dfrac{1}{x}=3$ 이면 $\dfrac{x^{10}+x^8+x^2+1}{x^{10}+x^6+x^4+1}$의 값은 ______이다.

8. 그림의 5각형 $ABCDE$ 에서 $AB=AE$, $BC+DE=CD$, $\angle ABC+\angle AED=180^\circ$ 일 때 AD를 맺으면 $\dfrac{\angle ADC}{\angle CDE}=$______.

Ⅲ. 풀이문제

1. $\triangle ABC$의 세변 CA, BC, AB를 각각 F, E, D까지 연장하여 $AF=AC$, $CE=BC$, $BD=AB$되게 한다. $S_{\triangle ABC}=1$일 때 $S_{\triangle DEF}$의 값을 구하시오.

2. 2차방정식 $x^2+2px+2q=0$이 실수풀이를 가지고 p, q는 모두 홀수이다. 이 방정식은 유리수풀이를 가지지 않는다는것을 증명하시오.

3. 어느 한 수학경연에 15개의 문제가 제출되였는데 아래표는 n개($n=0, 1, 2, \cdots 15$)문제를 맞게 한 학생수에 대한 통계이다. 4개이상의 문제를 푼 학생들의 평균 문제수는 6이고 10개이하의 문제를 푼 학생들의 평균문제수는 4라는것을 안다면 적어도 몇명의 학생들이 참가하였겠는가?

n	0	1	2	3	…	12	13	14	15
n 개 문제를 푼 학생수	7	8	10	21	…	15	6	3	1

시 험 12

Ⅰ. 선택문제

1. 실수범위내에서 $\left|\left|\sqrt{-|x|}-1\right|-2\right|$의 값은 (   )이다.

(ㄱ) -1, (ㄴ) 0, (ㄷ) ±1, (ㄹ) 1뿐

2. x에 관한 1원2차방정식 $x^2+2mx+2n-1=0$ (m, n은 옹근수)가 옹근수풀이를 가진다면 그의 다른 한 풀이 β는 반드시 (   )로 판단할수 있다.

(ㄱ) 옹근수가 아니다, (ㄴ) 반드시 옹근수이다,
(ㄷ) 반드시 옹근수인것은 아니다, (ㄹ) 반드시 짝수이다

3. 방정식 $2x^2-(a+1)x+a+3=0$의 두 풀이의 차가 1이면 a의 값은 (   )이다.

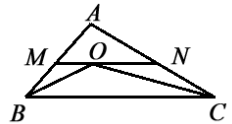
(ㄱ) 9와 -3, (ㄴ) 9와 3, (ㄷ) -9와 3, (ㄹ) -9와 -3

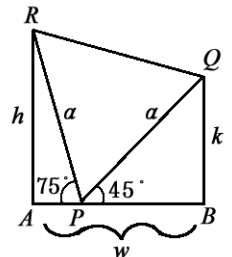
4. 분수방정식 $\frac{x}{x-3}-2=\frac{m^2}{x-3}$이 중복풀이를 가지자면 m은 반드시 (   )이다.

(ㄱ) $\sqrt{3}$, (ㄴ) $-\sqrt{3}$, (ㄷ) $\sqrt{3}$ 또는, $-\sqrt{3}$, (ㄹ) 우의것이 모두 틀린다

5. 방정식 $\begin{cases} x+y=2 \\ xy-z^2=1 \end{cases}$의 실수풀이는 (   )개조이다.

(ㄱ) 1, (ㄴ) 2, (ㄷ) 3, (ㄹ) 풀이가 없다

6. 그림에서 BO는 $\angle CBA$의 2등분선, CO는 $\angle ACB$의 2등분선이고 MN은 BC에 평행이다. $AB=12$, $BC=24$, $AC=18$일 때 $\triangle AMN$의 둘레의 길이는 (   )이다.

(ㄱ) 30, (ㄴ) 33, (ㄷ) 36, (ㄹ) 39

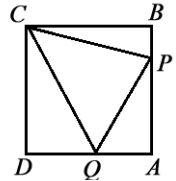
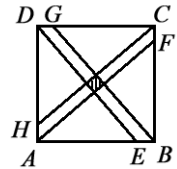
7. 그림에서 $RA\perp AB$, $QB\perp AB$, $RP=PQ=a$, $RA=h$, $QB=k$, $\angle RPA=75^\circ$, $\angle QPB=45^\circ$, $AB=\omega$이면 ω는 ( )와 같다.

(ㄱ) a, (ㄴ) k, (ㄷ) $\frac{k+h}{2}$, (ㄹ) h

8. 어떤 등변4각형의 한 대각선의 길이는 다

른 대각선의 길이의 두배이다. 이 등변4각형의 면적을 k로 표시하면 변의 길이는 (　　)이다.

(ㄱ) $\frac{1}{2}\sqrt{2k}$, (ㄴ) $\frac{1}{2}\sqrt{5k}$, (ㄷ) $\frac{1}{3}\sqrt{3k}$, (ㄹ) $\frac{1}{4}\sqrt{4k}$

Ⅱ. 채우기문제

1. 그림에서 바른4각형 $ABCD$의 한 변의 길이는 1이고 P와 Q는 각각 AB, AD우의 한점이다. $\triangle APQ$의 둘레의 길이를 2라고 하면 $\angle PCQ=$ _____이다.

2. 면적이 1인 바른4각형 $ABCD$의 변우에 각각 점 E, F, G, H가 있는데 $BE=CF=DG=AH=\frac{1}{n}$이다. 그림에서 사선친 부분의 면적이 $\frac{1}{1985}$이면 n =____(n은 자연수이다).

3. 방정식 $x^2-4xy+5y^2=169$의 자연수풀이는 _____개이다.

4. 장기경기에서 매 선수는 다른 선수들과 꼭 한번 경기를 한다. 매 경기에서 이긴 사람은 2점, 진 사람은 0점, 비기면 1점씩 준다. 네명이 경기에서 전체 선수들이 얻은 총 점수를 각각 계산하였는데 1979, 1980, 1984, 1985였다. 여기서 한명이 계산을 정확히 했다면 이 경기에 참가한 선수는 모두 _____명이다.

5. $\left(1-\frac{1}{2^2}\right)\left(1-\frac{1}{3^2}\right)\left(1-\frac{1}{4^2}\right)\bullet\cdots\bullet\left(1-\frac{1}{9^2}\right)\left(1-\frac{1}{10^2}\right)$의 값은 ___이다.

6. $x=2+\sqrt{6}$이면 $x^4-8x^3+15x^2+4x-6$의 값은 ________이다.

7. 1부터 10000까지의 10000개의 자연수들가운데서 ______개의 수들은 5 또는 7로 완제될수 있다.

8. 방정식 $\frac{x-a-b}{c}+\frac{x-b-c}{a}+\frac{x-c-a}{b}=3$에서 $a,\ b,\ c\neq 0$이면 $x=$_____이다.

Ⅲ. 풀이문제

1. 임의로 6개의 원형종이를 잘라서 책상우에 놓았는데 한 종이판의 중심이 다른 종이판우에 놓이거나 다른 종이판을 덮어씌우지 않게 바늘로 종이무지를 찌른다. 이때 어느 한 점을 찍어도 한

번에 6개의 종이를 다 한번에 찌를수 없다는것을 증명하시오.

2. 어떤 정의옹근수가 있다.이 수에 100을 더해도, 168을 더해도 완전두제곱수가 된다. 이런 정의 옹근수를 구하시오.

3. 련립방정식을 푸시오.

$$\begin{cases}(x+2y-8)^2+(2-x)^2=0\\ xz^2+yz-5\sqrt{xz^2+yz+9}+3=0\end{cases}$$

시 험 13

Ⅰ. 선택문제

1. a, b, c가 련이은 옹근수이고 $\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}=\frac{769}{3600}$일 때 이러한 수묶음 (a, b, c)는 ( )개 있다.

(ㄱ) 0, (ㄴ) 1, (ㄷ) 2, (ㄹ) 3

2. 분모가 1001인 가장 간단한 참분수는 ( )개 있다.

(ㄱ) 720, (ㄴ) 693, (ㄷ) 692, (ㄹ) 721

3. 13741과 16980을 어떤 정의옹근수 n으로 나눈 나머지는 각각 7과 6이다. 이때 n은 ( )이다.

(ㄱ) 9, (ㄴ) 12, (ㄷ) 13, (ㄹ) 14

4. 8개의 수자 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8을 써서 두개의 네자리수를 만들되 그 두수의 적이 최대로 되게 하면 그중 큰 수는 ( )이다.

(ㄱ) 8765, (ㄴ) 8642, (ㄷ) 8531, (ㄹ) 8672

5. 주머니에 5전, 10전, 50전짜리 쇠돈이 들어있다. 10전짜리개수는 5전짜리의 두배, 50전짜리의 개수는 10전짜리의 3배이다. 주머니의 총 돈액수는 ( )원이다.

(ㄱ) 612, (ㄴ) 666, (ㄷ) 650, (ㄹ) 720

6. 바른3각형 ABE의 정점 E는 바른4각형$ABCD$안에 있고 F는 대각선 BD와 AE의 사귐점이다. AB의 길이가 $\sqrt{1+\sqrt{3}}$이면 $\triangle ABF$의 면적은 ( )이다.

(ㄱ) 1, (ㄴ) $\frac{\sqrt{2}}{2}$, (ㄷ) $\frac{\sqrt{3}}{2}$, (ㄹ) $4-2\sqrt{3}$, (ㅁ) $\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{4}$

7. 평면우에 5개의 점이 있는데 어느 세점도 한 직선에 놓이지 않는다. 그러면 이 점들을 정점으로 하는 (　　)개의 무딘3각형을 만들수 있다.

(ㄱ) 1, (ㄴ) 2, (ㄷ) 3, (ㄹ) 4

8. a=3, $b=-\frac{3}{4}$일 때 분수식 $\frac{4-a^2}{ab-2b+a-2}$ 의 값은 (　　)이다.

(ㄱ) 20, (ㄴ) -20, (ㄷ) $\frac{4}{7}$, (ㄹ) $-\frac{5}{4}$

Ⅱ. 채우기문제

1. a,b가 모두 실수이고 $\sqrt{2a-1}+|b+1|=0$을 만족시키면 $[a^{1993}+$ $+b^{-1993}]=$ ____(여기서 $[x]$는 x보다 크지 않는 최대의 옹근수)이다.

2. $\triangle ABC$의 면적은 10이고 D, E, F는 변AB, BC, CA우의 점이다. AD=2, DB=3, $\triangle ABE$의 면적과 4각형 $DBEF$의 면적이 같다. 그러면 이 면적은 ________이다.

3. 방정식 $x^3-[x]=3$의 풀이는 ________이다.

4. $\triangle ABC$에서 변 BC의 길이는 6이고 다른 두변에 그은 가운데선이 서로 수직으로 사귄다는것을 안다. 그러면 이 3각형의 최대면적은 _______이다.

5. 4개의 련이은 정의옹근수의 거꿀수합이 $\frac{19}{20}$이면 이 4개의 정의옹근수의 두제곱의 합은 ______이다.

6. 선분 $AB=1$ 이다. C는 선분 AB우의 점, AC와 BC를 각각 한 변으로 하는 바른3각형 ACD와 $\triangle BCE$를 그린다. 이때 선분 DE의 길이가 최소로 되는 AB의 점 C 를 C_1라고 표시하고 AB의 극소점이라고 부른다. 이에 대응하는 선분 DE의 길이를 l_1로 표시하고 극소값이라고 부른다. 선분 AC_1의 극소점이 C_2일 때 대응하는 극소값을 l_2 이라고 표시하자. 차례로 이렇게 해나갈 때

$l_n < \frac{1}{1000}$이면 n의 최소값은 ________이다.

7. 방정식 $\frac{1}{x^2-10x-29}+\frac{1}{x^2-10x-45}-\frac{2}{x^2-10x-69}=0$ 의 정의옹근수풀이는 ____이다.

8. 바른4각형$ABCD$에서 점 E는 변 BC우에 있고 $BE=2$, $CE=1$, P는 BD우의 점일 때 PE 와 PC의 합의 최소값은 _____이다.

Ⅲ. 풀이문제

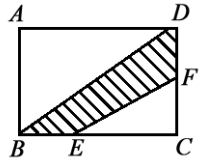
1. a, b, c는 옹근수이고 부등식 $1 < a < b < c$, $(ab-1)(bc-1)(ca-1)$은 abc로 완제된다. 실수 a, b, c를 구하시오.

2. 볼록4각형의 대각선들이 사귀는 점 O를 지나며 서로 수직인 두직선 OP, OQ를 그리자. 만일 $\angle POQ$의 내부와 4각형의 공통부분의 면적이 항상 일정하다면 볼록4각형 $ABCD$는 반드시 바른4각형이라는것을 증명하시오.

3. a, b, c, d가 부아닌 옹근수일 때 $(a+b)^2+2a+b=(c+d)^2+2c+d$이면 $a=c, b=d$임을 증명하시오.

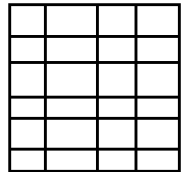
시 험 14

Ⅰ. 선택문제

1. 그림에서 F는 직4각형$ABCD$의 변 CD의 가운데점, BC의 길이는 BE의 길이의 3배이다. 그러면 직4각형 $ABCD$의 면적은 사선친 부분의 면적의 (　　)의 배이다.

(ㄱ) 2,　(ㄴ) 3,　(ㄷ) 4,　(ㄹ) 5

2. 네명의 학생들이 상점에 가서 붓 또는 연필을 샀는데 매 사람이 한 자루만 샀다. 연필을 산 한생은 반드시 있다. 그러면 모두 (　　)가지 사는 방법이 있다.

(ㄱ) 4,　(ㄴ) 5,　(ㄷ) 15,　(ㄹ) 16

3. 그림에서 한개의 바른4각형에 한변에 대해 5개의 평행선과 다른 한변에 대한 3개의 평행선을 그려 24개의 직4각형으로 나누었다. 이 24개의 직4각형들의 둘레길이의 합이 24라면 원래 바른4각형의 면적은 (　　)이다.

(ㄱ) 1,　(ㄴ) $\frac{9}{4}$,　(ㄷ) 4,　(ㄹ) $\frac{36}{25}$

4. 1보다 큰 자연수 99개가 있는데 그 총합이 300이다. 그중 9개의 수에서 각각 2를 덜고 나머지 90개수에 각각 1을 더하면 새로

얻어진 99개의 수의 적은 반드시 (　　　)이다.

(ㄱ) 홀수, (ㄴ) 짝수, (ㄷ) 씨수, (ㄹ) 완전두제곱수

5. 1부터 1990까지 (　　　)개의 옹근수 n이 있는데 이것은 x^2+x-3n 을 두개의 옹근수곁수의 1차인수들의 적으로 분해할수 있다.

(ㄱ) 1990, (ㄴ) 75, (ㄷ) 50, (ㄹ) 44

6. n이 자연수일 때 $n^{9999}-n^{5555}$의 마지막자리수는 (　　　)이다.

(ㄱ) 항상 0, (ㄴ) 0일수도 있고 0이 아닐수도 있다

(ㄷ) n의 마지막자리수자와 같다, (ㄹ) 확정할수 없다

7. 두 통신원이 자전거를 타고 우편국을 동시에 출발하였다. A는 산기슭도로를 따라 산꼭대기에 편지를 전하고 즉시 자전거를 타고 돌아오고 B는 수평도로를 따라 정거장에 편지를 전하고 즉시 자전거로 돌아왔다. 만일 두 사람의 평지에서의 속도는 같고 산길로 오를 때 속도는 평지에서보다 시간당 5km 뜨고 내려올 때는 평지에서보다 시간당 5km 빠르며 우편국에서 산정점과 정거장까지의 거리가 모두 5km이면 두 통신원중 (　　)우편국에 돌아온다(자전거에서 내려 편지를 전달하는 시간은 생각하지 않는다).

(ㄱ) A가 먼저, (ㄴ) B가 먼저,

(ㄷ) A, B가 동시에 , (ㄹ) 앞의 세가지 대답이 모두 가능하다

8. 2, 4, 7, R를 각각 쓴 표를 4사람에게 한장씩 주고 매 사람이 그 표의 수를 점수로 기록한다(R는 13으로 기록한다). 다시 회수하여 잘 섞어서 다시 나누어주고 마찬가지로 점수를 기록한다. 몇번 한 후에 보니 네 사람의 루계가 각각 16, 17, 21, 24점이였다. 16점 얻은 사람은 마지막 1차에 2점 얻었다는것을 안다. 그러면 그는 첫 1차에 (　　　)점 얻었다.

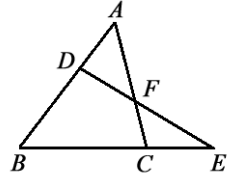
(ㄱ) 2, (ㄴ) 4, (ㄷ) 7, (ㄹ) 13

Ⅱ. 채우기문제

1. $1990^2-1989^2+1988^2-1987^2+\cdots+2^2-1^2=$ ______.

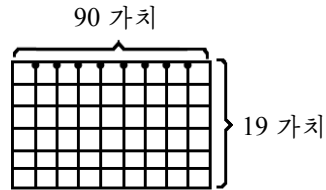
2. $x=\dfrac{\sqrt{5}-1}{2}$ 이면 $x^5-5x=$_____.

3. $\triangle ABC$에서 D는 변 BC우의 점이다. $AB=13, AD=12, AC=15, BD=5$이면 $DC=$ _____이다.

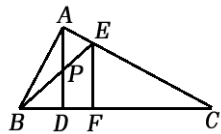
4. 그림에서 점 D, F는 $\triangle ABC$의 변AB, AC우의 점이고 $AD:DB=CF:FA=2:3$이다. DF의 연장선이 BC의 연장선과 점 E에서 사귀면 $EF:FD=$____이다.

5. 연필공장에서 1월에 생산한 연필은 80만 자루이고 그 다음부터 매월 5%씩 증산하면 4월분 생산량은 ______자루이다.

6. 방정식 $\dfrac{\frac{2}{4}x-2\frac{1}{2}}{\frac{3}{8}+0.125}=2,5$의 풀이 $x=$____

7. $a*b=(a^2-b^2)\div(ab)$, $a,\ b\neq 0$이라고 가정하면 $\dfrac{25}{6}*(3*2)=$ _____.

8. 길이가 같은 성냥가치를 리용하여 그림에 표시한 직4각형에 그물을 만든다. 이 그물의 세로방향길이는 19가치 길이이고 가로방향길이는 90가치 길이이다. 이때 모두 ____개의 성냥가치를 리용하였다.

Ⅲ. 풀이문제

1. 2등변3각형이 한 직선에 의하여 보다 작은 두개의 2등변3각형으로 나누어졌다. 그러면 원래의 2등변3각형의 정각은 몇도인가. 이 직선을 어떻게 그려야 하는가? 가능한 풀이를 모두 찾아보시오.

2. 그림의 3각형ABC에서 $\angle A=90^\circ$, A에서 BC에 그은 수직선의 밑점을 D, P는 AD의 가운데점, BP와 AC의 사귐점, E, F에서 BC에 그은 수직선의 밑점 F, $AE=3$, $EC=12$일 때 EF의 길이를 구하시오.

3. 임의의 정의옹근수 k에 대하여 두수 $2k-1$과 $k+1$중 적어도 하나는 두 옹근수의 두제곱의 합과 같지 않다는것을 증명하시오.

시 험 15

Ⅰ. 선택문제

1. $-1 < a < 0$, b는 1보다 큰 홀수이면 b^a, a^b, $a^{\frac{1}{b}}$의 크기관계는 (　　)이다.

(ㄱ) $b^a > a^b > a^{\frac{1}{b}}$,　　　(ㄴ) $a^b > b^a > a^{\frac{1}{b}}$,

(ㄷ) $b^a > a^{\frac{1}{b}} > a^b$,　　　(ㄹ) $a^b > a^{\frac{1}{b}} > b^a$

2. $a>0, b<0, c\geq 0$이면 $|abc|+abc+ab$의 값은 (　　)이다.

(ㄱ) $2abc+ab$,　(ㄴ) $-ab$,　(ㄷ) 0,　(ㄹ) ab

3. $4x-3$이 다항식 $4x^2+5x+a$를 인수분해한 식의 하나의 인수이면 a는 (　　)이다.

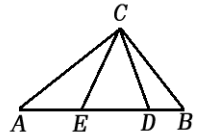
(ㄱ) -6,　(ㄴ) 6,　(ㄷ) 8,　(ㄹ) -8

4. 아래의 수들중에서 수를 적당히 선택하여 다음식이 성립하게 하시오.

$$\frac{a}{5}=\frac{b+4c}{2}=\frac{c}{3}=\frac{-a+2b}{(\quad)}$$

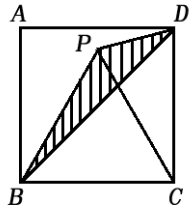
(ㄱ) 10,　(ㄴ) 15,　(ㄷ) 20,　(ㄹ) -25

5. $\triangle ABC$에서 $\angle ACB = 90^\circ$, E, D는 AB우의 두 점, $AD = AC$, $BE = BC$이면 $\angle DCE$는 (　　)이다.

(ㄱ) 30°, (ㄴ) 45°, (ㄷ) 60°, (ㄹ) 확정할수 없다

6. 한 직선은 평면을 두 부분으로 나누며 두 직선은 평면을 최대로 4개부분으로 나눈다. 5개의 직선이 한 평면을 최대로 n개 부분으로 나눈다면 n은 (　　)과 같다.

(ㄱ) 32,　(ㄴ) 31,　(ㄷ) 24,　(ㄹ) 18,　(ㅁ) 16

7. 그림에서 $ABCD$는 면적이 1인 바른4각형이고 $\triangle BPC$는 바른3각형이다. 그러면 $\triangle BPD$의 면적은 (　　)이다.

(ㄱ) $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$,　(ㄴ) $\frac{2\sqrt{3}-1}{8}$,　(ㄷ) $\frac{\sqrt{3}}{4}$,

(ㄹ) $\frac{\sqrt{3}-1}{4}$

8. 1부터 100까지의 모든 자연수를 임의로 한줄로 배렬하되 임의의 이웃한 10개(위치)수들의 합이 A보다 크거나 같다면 A의 최대값은 (　　)이다.

(ㄱ) 550,　(ㄴ) 505,　(ㄷ) 100,　(ㄹ) 확정할수 없다

Ⅱ. 채우기문제

1. $a(a+b+c)(b-c)+b(a+b+c)(c-a)+c(a+b+c)(a-b)=$ ______

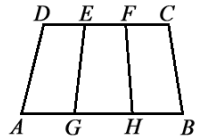
2. $x<1$일 때 $5-\left|2-|x-3|\right|$의 값은 ______

3. 9시와 10시사이에 시침과 분침이 직선상에 놓이는 시간은 ____이다.

4. $a>0, b<0$이면 $|x-a|+|x-b|=a-b$의 풀이모임은 ____이다.

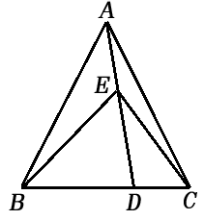
5. $\triangle ABC$의 변 BC우에서 $BD=\frac{2}{3}BC$인 점 D를 찍고 AD의 가운데점을 E, BE를 맺고 BE의 연장선이 AC와 사귀는 점을 F라고 하자. $\triangle ABC$의 면적이 S일 때 $\triangle ABE$의 면적은 ____S, $\triangle AEF$의 면적은 ______S이다.

6. $\sqrt{x}-1>\left(\sqrt{x}-1\right)^2>\left(\sqrt{x}-1\right)^3>\left(\sqrt{x}-1\right)^4>\cdots$일 때 x의 값범위는 _____이다.

7. 그림의 4각형 $ABCD$에서 점 E, F는 변 DC의 3등분점, G, H는 AB의 3등분점일 때 $S_{GHFE}=$ ____S_{ABCD}이다.

8. $\sqrt[3]{5+2\sqrt{13}}+\sqrt[3]{5-2\sqrt{13}}=$______.

Ⅲ. 풀이문제

1. 청동에는 80%의 동과 4%의 아연, 16%의 석이 포함되여있고 황동은 동과 아연의 합금이다. 지금 황동과 청동을 혼합하여 합금을 만들려고 하는데 거기에는 74%동, 16%아연, 10%석이 포함되여야 한다. 황동에 포함된 동과 아연의 비를 구하시오.

2. 그림에 있는 3각형 ABC에서 $AB = AC$, D는 변 BC우의 한점, E는 AD우의 한점이고 $\angle BED = 2\angle CED = \angle BAC$이다. $BD = 2CD$임을 증명하시오.

3. $\triangle ABC$에서 $a^2 + 2bc = 12$, $b^2 + 2ac = 12$, $c^2 + 2ab = 12$일 때 $\triangle ABC$의 형태를 판단하시오.

시 험 16

Ⅰ. 선택문제

1. $4x^3 - 4x^2y - xy^2 + y^3 = 0$일 때 $\dfrac{x^2+y^2}{xy}$의 가능한 모든 값의 합은 (   )이다.

(ㄱ) 0, (ㄴ) 2, (ㄷ) -2, (ㄹ) $\dfrac{25}{2}$

2. 분수식 $\dfrac{y}{12-3|y|}$이 의미를 가지자면 ( )이여야 한다.

(ㄱ) $y \neq 0$, (ㄴ) $y \neq 4$, (ㄷ) $y \neq -4$, (ㄹ) $y = \pm 4$

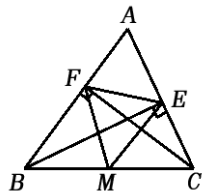
3. 3각형의 세변의 길이가 모두 옹근수이고 두변의 길이의 차가 7, 3각형의 둘레의 길이가 홀수이면 나머지변의 길이는 (   )로 될수 있다.

(ㄱ) 9, (ㄴ) 8, (ㄷ) 7, (ㄹ) 6

4. n이 1보다 큰 옹근수이면 $p = n + (n^2 - 1)^{\frac{1-(-1)^n}{2}}$의 값은 ( )이다.

(ㄱ) 반드시 짝수, (ㄴ) 반드시 홀수,
(ㄷ) 2가 아닌 짝수, (ㄹ) 짝수도 홀수도 다 될수 있다

5. 그림에서 BE, CF는 $\triangle ABC$의 두 높이, 점 M은 BC의 가운데점일 때 그림의 3각형들가운데서 2등변3각형은 (   )개이다.

(ㄱ) 2, (ㄴ) 3, (ㄷ) 4, (ㄹ) 5

6. 방정식 $\sqrt{x^2+6x-7} - \sqrt{x^2+x-2} = x-1$의 풀

이의 적은 ( )이다.

(ㄱ) $-\frac{44}{3}$, (ㄴ) $-\frac{22}{3}$, (ㄷ) 1, (ㄹ) 2

7. x, y에 관한 방정식 $\frac{x+y}{x^2-xy+y^2}=\frac{3}{7}$의 정의옹근수풀이모임의 개수는 ( )이다.

(ㄱ) 0조, (ㄴ) 1조, (ㄷ) 2조, (ㄹ) 3조

8. $ax^3=by^3=cz^3$, $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}=1$이면

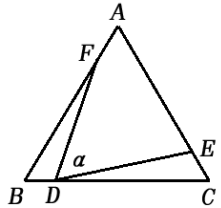
$\sqrt[3]{ax^2+by^2+cz^2}-\sqrt[3]{a}-\sqrt[3]{b}-\sqrt[3]{c}$ 의 값은 ( )이다.

(ㄱ) 0, (ㄴ)1, (ㄷ) -1, (ㄹ) 우의것이 모두 될수 없다

Ⅱ. 채우기문제

1. 실수범위내에서 식$(x-1)(x+1)(x+3)(x+5)+12$의 인수분해식은 ______이다.

2. 씨수 p, q가 $3p+5q=21$을 만족시키면 $p^3+p^2q+pq^2+q^3=$______이다.

3. 그림의 $\triangle ABC$에서 $AB=AC$, $CD=BF$, $BD=CE$이면 $\angle\alpha$와 $\angle A$의 관계는 ________이다.

4. 제형 $ABCD$에서 $AD//BC$, E는 DC의 가운데점이다. 만약 $S_{\triangle ABE}=1$이면 $S_{ABCD}=$ ________.

5. $\frac{1}{x^2-2x+6}+\frac{1}{x^2-11x+6}+\frac{1}{x^2+13x+6}=0$ 의 모든 풀이의 합은 ______

6. n이 정의옹근수일 때 $(1+x)(1+x^2)\cdot\cdots\cdot\left(1+x^{2^n}\right)$의 값은 ____.

7. O가 $\triangle ABC$의 아낙의 한점이고 AO, BO, CO의 연장선과 변 BC, AC, AB의 사귐점을 각각 D, E, F라고 하면 $\frac{OD}{AD}+\frac{OE}{BE}+\frac{OF}{CF}=$____.

8. $x^2-y^2-z^2=0$이면 $x^3-y^3-z^3$을 인수분해한 1차 인수들의 적은 _____이다.

Ⅲ. 풀이문제

1. n이 홀수이면 $1^n+2^n+\cdots+1996^n$은 $1+2+\cdots+1996$ 으로 완제된다는것을 증명하시오.

2. 어떤 볼록11각형이 있는데 이것은 변의 길이가 1인 몇개의 바른3각형과 변의 길이가 1인 바른4각형을 겹치지도, 간격도 없이 합쳐서 만든것이다. 이 볼록11각형의 매 아낙각의 크기와 그 개수를 구하시오.

3. 세가지 색갈로 평면우의 점들을 칠한다. 그러면 반드시 거리가 1인 같은 색갈의 점이 있다는것을 증명하시오.

시 험 17

Ⅰ. 선택문제

1. $x=\sqrt[3]{1+991a}$, $y=\sqrt[3]{1+992a}$, $z=\sqrt[3]{1+993a}$이라고 하자. $\sqrt{-a}$가 의미를 가질 때 x, y, z의 크기관계는 ( )이다.

(ㄱ) $x\le y\le z$, (ㄴ) $y\le z\le x$, (ㄷ) $z\le x\le y$, (ㄹ) $z\le y\le x$

2. 볼록1992각형의 아낙각들가운데 뾰족각이 아닌 각의 개수는 적어도 ( )개 있다.

(ㄱ) 1988, (ㄴ) 1989, (ㄷ) 1990, (ㄹ) 1991

3. 다음의 4개의 문제를 보자

(1) $a<b<0$ 이면 $a<4-b$,

(2) $a^3<b^3$이면 $a<b$,

(3) $\sqrt{a^2(b-1)^2}=a(b-1)$이면 $a\ge 0$이고 $b\ge 1$

(4) $|x+2|=-x-2$이면 $x<0$

이중에서 정확한 문제의 개수는 ( )이다.

(ㄱ) 1, (ㄴ) 2, (ㄷ) 3, (ㄹ) 4

4. $x<1$이면 $\left|(x-1)^2+(2-x)^2\right|$은 ( )와 같다.

(ㄱ) 1, (ㄴ) $3-2x$, (ㄷ) $2x-3$, (ㄹ) -2

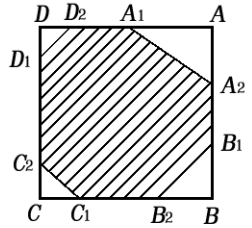
5. 다항식 $a^3-b^3+c^3+3abc$는 ( )로 인수분해된다.

(ㄱ) $a+b+c$, (ㄴ) $a-b+c$,

(ㄷ) $a^2+b^2+c-bc+ca-ab$, (ㄹ) $bc-ca+ab$

6. 책꽂이에 3가지 종류의 책이 있다. 문학, 과학기술, 생활상식책의 비률은 5: 2 : 4이다. 문학도서를 35권을 더 배치하고 과학기술도서를 3배로 증가시키면 생활상식은 22%를 차지한다. 생활상식책은 모두 ( )권이다.

(ㄱ) 28, (ㄴ) 36, (ㄷ) 40 , (ㄹ) 44

7. 바른4각형 $ABCD$에서 선분 $A_1A, AA_2, B_1B, BB_2, C_1C, CC_2, D_1D, DD_2$ 의 길이는 각각 변길이의 $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6}$이다. 그러면 $ABCD$의 면적은 사선친 부분의 면적은 ( )배이다.

(ㄱ) $\frac{6}{5}$, (ㄴ) $\frac{4}{3}$, (ㄷ) $\frac{3}{2}$, (ㄹ) 2

8. 9명이 24장의 표를 나누어가지는데 매 사람은 적어도 한장 가진다. 그러면 ( )이다.

(ㄱ) 표수가 같은 사람은 적어도 3명,

(ㄴ) 적어도 4사람의 표수가 같다,

(ㄷ) 5명의 표수가 같지 않고,

(ㄹ) 6명의 표수가 같지 않다

Ⅱ. 채우기문제

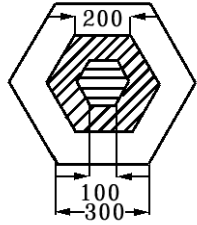
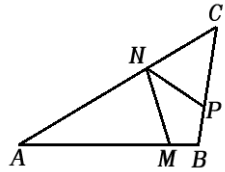
1. $\left[-1\frac{1}{5}-\left(-2\frac{1}{3}\right)\div\left(-3\frac{1}{2}\right)\right]\times\left(-\frac{5}{3}-\left|-4\frac{1}{6}\right|\right)=$ ______

2. 부등식 $-2\frac{2}{3}\left(-2\frac{5}{8}x-2\frac{1}{4}\right)-1\frac{1}{2}<-6\frac{2}{3}\left(1\frac{1}{5}-5\frac{1}{4}x\ \right)+5\frac{1}{2}$ 의 풀이는 ______

3. $1^2=1$, $11^2=121$, $111^2=12321$이다. $N=11\cdots1^2$(20개의 1)의 값(10진법으로 표시)의 매 자리수자들의 합은 _____이다.

4. 공식 $(a^2+b^2)(c^2+d^2)=(ac+bd)^2+(bc-ad)^2$ 이나 기타 다른 방법을 리용하여 다음식에 맞는 정의옹근수 쌍 한조를 찾아쓰시오. $(2^2+92\times3^2)(4^2+92\times5^2)=(\quad)^2+92\times(\quad)^2$.

5. 한종류의 색블로크를 그림에 표시하였다. 흰색6각블로크는

붉은색 6각블로크(경사선부분)를 둘러싸고 그것이 누른색6각블로크(가로사선부분)를 둘러싸고 있다. 이런 블로크를 리용하여 2000m² 마당에 깔려고 한다. 흰색, 붉은색, 누른색부분의 지면은 각각 ______m²이다(정확도는 옹근수로 한다).

6. 그림의 $\triangle ABC$에서 $\angle ABC=100$, $AM=AN$, $CN=CP$이다. 그러면 $\angle MNP$의 크기는 ___° 이다.

7. 농도가 $x\%$인 소금물에 물을 얼마간 넣으니 20%농도의 소금물이 되였다. 이 소금물에 다시 앞에서 넣은 물의 질량과 같은 량의 소금을 넣으니 농도가 30%가 되였다. 그러면 $x=$ ______.

8. 볼록4각형 $ABCD$에서 $\angle ADB=\angle ABC=105°$, $\angle DAB=\angle DCB=45°$ 이다. 점A에서 BD까지의 거리가 101인 직선을 그리면 선분 CD의 길이는 ______이다.

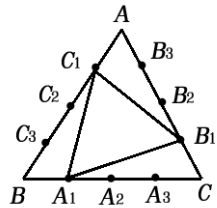
Ⅲ. 풀이문제

1. (1) 증명하시오.

$$\sqrt{a^2+\frac{1}{b^2}+\frac{a^2}{(ab+1)^2}}=\left|a+\frac{1}{b}-\frac{1}{ab+1}\right|$$

(2) 계산하시오.

$$\sqrt{1+1990^2+\frac{1990^2}{1991^2}}-\frac{1}{1991}$$

2. 어떤 $\triangle ABC$의 세변의 길이를 그림처럼 4등분하고 BC의 나눔점들을 A_1, A_2, A_3, CA의 나눔점을 B_1, B_2, B_3, AB의 나눔점들을 C_1, C_2, C_3,이라고 한다. $\triangle ABC$의 둘레길이를 P, $\triangle A_1B_1C_1$의 둘레길이를 P_1 라고 하면 $\frac{1}{2}P<P_1<\frac{3}{4}P$ 임을 증명하시오.

3. 어떤 책꽂이가 5층으로 되여있는데 아래서부터 1층, 2층, …5층이라고 한다. 15권의 책을 나누어 책꽂이의 매 층에 배치하는데 일부 층에는 배치하지 않을수도 있다. 책들을 어떻게 배치하든지 매 층의 채권수와 린접한 두 층의 도서권수의 합은 적어도 두개가 같은것이 있다는것을 증명하시오.

시 험 18

Ⅰ. 선택문제

1. $y<\sqrt{1-x}+\sqrt{x-1}+\dfrac{1}{2}$ 이면 $|1-2y|-\sqrt{y^2-2y+1}$ 은 간단히 (　　)로 된다.

(ㄱ) y, (ㄴ) $-y$, (ㄷ) $2-3y$, (ㄹ) $3y-2$

2. 그림에서 ∠A+∠B+∠C+…+∠G의 값은 (　)이다.

(ㄱ) 180°, (ㄴ) 360°, (ㄷ) 540°, (ㄹ) 270°

3. x, y가 정의옹근수이고 $\begin{cases} xy+x+y=71 \\ x^2y+xy^2=880 \end{cases}$ 이면 x^2+y^2 의 값은 (　　)이다.

(ㄱ) 110, (ㄴ) 146, (ㄷ) 143, (ㄹ) 확정할수 없다

4. 어떤 상품에 대한 수요가 12%떨어졌다가 1년후 다시 (　) 올라서 여전히 원래의 수요를 유지한다(정확도 0.01%).

(ㄱ) 12%, (ㄴ) 13.64%, (ㄷ) 14.63%, (ㄹ) 확정할수 없다

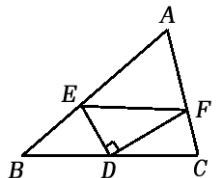
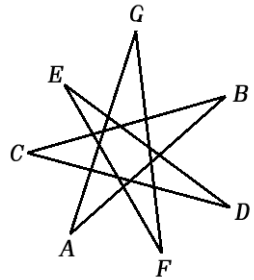
5. $c>1$, $a=\sqrt{c+1}-\sqrt{c}$, $b=\sqrt{c}-\sqrt{c-1}$ 이면 (　)이다.

(ㄱ) $a>b$, (ㄴ) $a\le b$, (ㄷ) $a<b$, (ㄹ) $a\ge b$

6. 방정식 $4^{x+\sqrt{x^2-2}}-5\times 2^{x-1+\sqrt{x^2-2}}=6$ 의 풀이는 (　)이다.

(ㄱ) $-\dfrac{3}{2}$, (ㄴ) 4, (ㄷ) $\dfrac{3}{2}$, (ㄹ) 풀이가 없다

7. 그림의 △ABC에서 D는 BC의 가운데점, E, F는 각각 AB, AC우의 점이고 $ED\perp FD$이다. 그러면 $BE+CF$ (　　) EF

(ㄱ) >, (ㄴ) =, (ㄷ) <, (ㄹ) 확정할수 없다

8. a,b,c가 $\triangle ABC$의 세변의 길이이고 $\frac{2a^2}{1+a^2}=b, \frac{2b^2}{1+b^2}=c, \frac{2c^2}{1+c^2}$ $=a$를 만족시키면 $\triangle ABC$의 면적은 (   )이다.

(ㄱ) 확정할수 없다, (ㄴ) 1, (ㄷ) $\frac{\sqrt{3}}{2}$, (ㄹ) $\frac{\sqrt{3}}{4}$

Ⅱ. 채우기문제

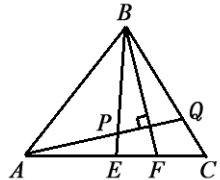
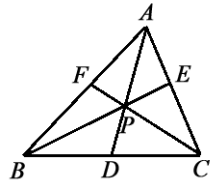
1. 씨수 x, y, z가 $x^y+1=z$를 만족시키면 $x+y+z=$ ______.

2. $|x|+x+y=10, x+|y|-y=12$ 이면 $x+y=$ _____.

3. $3x+5y=501$의 정의옹근수풀이는 _______조이다.

4. $\left(1+\frac{1}{1\times 3}\right)\left(1+\frac{1}{2\times 4}\right)\left(1+\frac{1}{3\times 5}\right)\cdots\cdots\left(1+\frac{1}{99\times 101}\right)=$ ______.

5. 방정식 $x^2+\frac{x^2}{(x+1)^2}=8$의 풀이는 _____.

6. 그림의 $\triangle ABC$에서 BE는 변 AC의 가운데선, BF는 $\angle EBC$의 2등분선, A에서 BF에 그은 수직선과 BF의 사귐점을 P, BC와의 사귐점을 Q라고 하면 $\frac{EP}{CQ}=$_____.

7. 그림에서 점 P는 $\triangle ABC$의 아낙의 한점, AP, BP, CP의 연장선은 $\triangle ABC$의 세변과 각각 D, E, F에서 사귄다. $S_{\triangle AFP}=S_{\triangle BOP}=S_{\triangle CPE}$ 이면 $\frac{AP}{PD}+\frac{BP}{PE}+\frac{CP}{FP}=$_______이다.

Ⅲ. 풀이문제

1. a, b, c는 실수이고 $a=2b+\sqrt{2}, ab+\frac{\sqrt{3}}{2}c^2+\frac{1}{4}=0$ 일 때 $\frac{bc}{a}$의 값을 구하시오.

2. 어떤 공사대상이 있다. 1작업반이 단독으로 하는데 12일 요구되고 2작업반이 단독으로 하는데 24일이 걸린다. 만일 옹근 하루

를 기준으로 두반의 작업을 조직한다면 어떻게 하여야 이 공사대상을 꼭 10일동안에 완공할수 있겠는가?

3. 평면우에 5개의 점이 있는데 그중 어느 세점도 한직선상에 놓이지 않는다. 이중에서 4개점을 정점으로 하는 볼록4각형이 존재한다는것을 증명하시오.

시 험 19

Ⅰ. 선택문제

1. $3x+5y+z=5$, $4x+7y+z=7$이면 $x+y+z$의 값은 ( )이다.
(ㄱ) 1, (ㄴ) 1.5, (ㄷ) 2, (ㄹ) 2.5

2. 옹근수 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9중에서 씨수의 개수를 x, 짝수의 개수를 y, 완전두제곱수의 개수를 z라고 하면 $x+y+z=$ ( )과 같다.
(ㄱ) 14, (ㄴ) 13, (ㄷ) 12, (ㄹ) 11

3. 3각형의 세 중간선의 길이는 각각 3cm, 4cm, 5cm이다. 그러면 원래의 3각형의 면적은 ( )이다.
(ㄱ) 144cm^2, (ㄴ) 48cm^2, (ㄷ) $24\ \text{cm}^2$, (ㄹ) 12cm^2

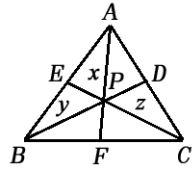
4. $x=1+\frac{1}{y}$, $y=1+\frac{1}{x}$이라고 하자. 그중 x, y가 모두 0이 아니면 y는 ( )과 같다.
(ㄱ) $x-1$, (ㄴ) $1-x$, (ㄷ) $-x$, (ㄹ) x

5. 다항식 $2x^4-3x^3+ax^2+7x+b$가 x^2+x-2로 완제되면 $\frac{a}{b}$의 값은 ( )이다.
(ㄱ) -2, (ㄴ) -12, (ㄷ) 6, (ㄹ) 4

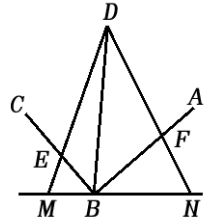
6. 2등변3각형 ABC에서 한 옆변에 대한 높이는 1이다. 이 높이와 밑변사이의 각이 45°이면 $\triangle ABC$의 면적은 ( )이다.
(ㄱ) 1, (ㄴ) 0.5, (ㄷ) 0.25, (ㄹ) $\sqrt{3}$

7. $\sqrt[3]{10+6\sqrt{3}}+\sqrt[3]{10-6\sqrt{3}}$ 을 간단히 하면 ( )이다.
(ㄱ) 1, (ㄴ) 2, (ㄷ) -2, (ㄹ) 0

8. 점 P는 $\triangle ABC$의 아낙의 한점, AP, BP, CP를 연장하여 맞은변들과의 사귐점을 F, D, E라고 한다. $PA=x$, $PB=y$, $PC=z$, $x+y+z=43$, $PF=PD=PE=3$이라고 하면 xyz의 값은 (　　)이다.

(ㄱ) 144,　(ㄴ) 441,　(ㄷ) 86,　(ㄹ) 확정할 수 없다

Ⅱ. 채우기문제

1. 실수 x에 대한 부등식 $1 \le |x-2| \le 7$의 풀이는 _____이다.

2. $\angle ABC$의 2등분선을 BD, 정점 B를 지나 BD에 수직인 직선을 MN이라고 하고 DM, DN과 BC, BA와의 사귐점을 각각 E, F라고 하자. $S_{\triangle BME} : S_{\triangle BDE} = 1:9$; $S_{\triangle BDF} : S_{\triangle BNF} = 4:3$이면 $BM : BN =$____이다.

3. $-2 < x < 2$일 때 다음식을 간단히 하면 $\sqrt{x^2+2x+1}+\sqrt{x^2-6x+9} =$ _______.

4. $\left(\dfrac{4x-9x^{-1}}{2x^{\frac{1}{2}}-3x^{-\frac{1}{2}}}+\dfrac{x-4+3x^{-1}}{x^{\frac{1}{2}}-x^{-\frac{1}{2}}}\right)^2 =$ ______.

5. 다음식을 간단히 하면

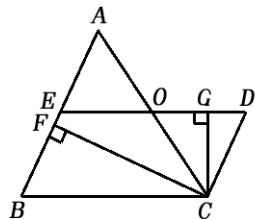
$$\frac{(a^2-b^2)^3+(b^2-c^2)^3+(c^2-a^2)^3}{(a-b)^3+(b-c)^3+(c-a)^3} = _______.$$

6. $|x-1|+|x|=1$이면 $\sqrt{\left(x-\dfrac{1}{x}\right)^2+4}-\sqrt{\left(x+\dfrac{1}{x}\right)^2-4} =$_______.

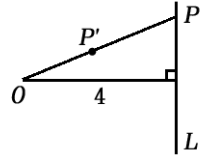
7. 방정식 $1+\dfrac{2a+1}{x(x-3)}=\dfrac{3}{x-3}$이 하나의 실수풀이만을 가지자면 $a=$ ______ , $x=$ ______이여야 한다.

8. 한 6각형의 6개의 내각이 모두 120°이고 이웃한 네변의 길이는 1, 3, 3, 2이다. 이 6각형의 둘레의 길이는 _____ 이다.

Ⅲ. 풀이문제

1. $\triangle ABC$에서 E는 AB의 가운데점이다.

평행4변형 $BCDE$를 그리고 점 C에서 AB, DE에 수직인 선 CF, CG를 그리자. 이때 $AE \cdot CF = BC \cdot CG$임을 증명하시오.

2. 실수 a, b, c와 x, y, z가 다음의 두 조건 $az \pm 2by + cx = 0$, $ac - b^2 > 0$을 만족시킬 때 $xz - y^2 \leq 0$임을 증명하시오.

3. 이미 알고있는 점 O로부터 정해진 직선 L까지의 거리는 4이다. P는 L우의 임의의 한점이고 P'는 OP우에 있다. $OP \cdot OP' = 12$이다. P'의 자리길을 구하시오.

시 험 20

Ⅰ. 선택문제

1. 한 각이 그 남은각의 5배이면 이 각은 (   )이다.
   (ㄱ) 45°, (ㄴ) 75°, (ㄷ) 55°, (ㄹ) 65°

2. $5\sqrt{2} - 7$의 3차뿌리는 ( )이다.
   (ㄱ) $\sqrt{2} - 1$, (ㄴ), $1 - \sqrt{2}$ (ㄷ) $\pm\left(\sqrt{2} - 1\right)$, (ㄹ) $\sqrt{2} + 1$

3. 평면우에 4개의 직선이 있는데 그것들의 사귐점은 최대로 (   )개이다.
   (ㄱ) 4, (ㄴ) 5, (ㄷ) 6, (ㄹ) 7

4. $P = \sqrt{1988 \times 1989 \times 1990 \times 1991 + 1 + (-1989)^2}$ 이면 P의 값은 ( ) 이다.
   (ㄱ) 1987, (ㄴ) 1988, (ㄷ) 1989, (ㄹ) 1990

5. 2등변3각형의 둘레의 길이는 24cm이고 한변의 가운데선은 둘레를 5 : 3의 두 부분으로 나눈다. 그러면 이 3각형의 밑변의 길이는 (   )이다.
   (ㄱ) 7.5, (ㄴ) 12, (ㄷ) 4, (ㄹ) 12 또는 4

6. 2차뿌리식 $a\sqrt{-\frac{1}{a}}$ 을 최고2차뿌리식으로 만들면 (   )이다.
   (ㄱ) $\sqrt{a}$, (ㄴ) $-\sqrt{a}$, (ㄷ) $-\sqrt{-a}$, (ㄹ) $\sqrt{a}$

7. 한변의 길이가 1인 바른4각형을 면적이 같은 네 부분으로 나누고 그중 한 부분의 아낙에 찍은 세점을 정점으로 한변의 길이가 1보다

큰 바른3각형을 만든다. 이 조건을 만족시키는 분할방법은 (　　).

(ㄱ) 존재하지 않는다,　　　　　　(ㄴ) 꼭 한가지 있다,

(ㄷ) 한가지가 아닌 유한가지가 있다,　(ㄹ) 무한히 많다

8. 2의 두제곱의 2차뿌리는 (　)이다.

(ㄱ) 2,　(ㄴ) -2,　(ㄷ) ± 2,　(ㄹ) 4

Ⅱ. 채우기문제

1. $x^2-y^2=1990$의 서로 다른 옹근수풀이의 묶음수는 ____이다.

2. 수많은 $\frac{m}{n}$ 형태의 분수(m과 n은 자연수)를 다음의 규칙으로 한줄에 배렬한다.

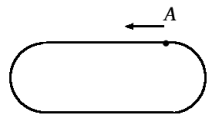
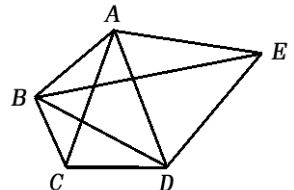
(1) $m_1n_1 < m_2n_2$이면 $\frac{m_1}{n_1}$은 $\frac{m_2}{n_2}$의 앞에 놓인다.

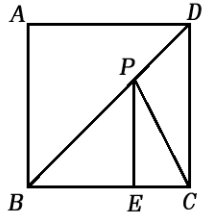
(2) $m_1n_1 = m_2n_2$이고 $n_1 < n_2$ 이면 $\frac{m_1}{n_1}$는 $\frac{m_2}{n_2}$ 앞에 놓인다. 그러면

$\frac{1990}{1}$은 $\frac{1}{1990}$보다 ____개의 수를 앞선다.

3. 련립방정식 $\begin{cases} x+y+z=6 \\ x+2y+3z=14 \\ x+4y+9z=36 \end{cases}$ 의 풀이 $(x, y, z)=$______

4. $1+x+x^2+x^3+x^4+x^5=0$이면 $x^6=$ ________

5. 달리기주로의 길이는 400m이다. 그중 직선주로의 길이는 각각 150m, 곡선주로는 각각 50m이다(그림). 가, 나 두사람이 점 A에서 출발하여 같은 방향으로 달리는데 직선주로에서 달리는 속도는 각각 6m/s, 5m/s이고 곡선주로에서의 속도는 각각 5m/s, 4m/s이다. A가 B를 두번째로 따라잡았을 때 시계의 분침은 min (옹근수)을 가리킨다.

6. 그림에서 $AC=AD=DE=DA=BD$, $\angle BDC=28^\circ$, $\angle ADB=42^\circ$이면 $\angle BEC=$____이다.

7. 다음식의 분모를 유리화하면 $\frac{3+2\sqrt{2}-\sqrt{3}-\sqrt{6}}{1+\sqrt{2}-\sqrt{3}}=$______

8. 그림의 바른4각형 $ABCD$에서 E는 변 BC우의 한점이다. $BE=2$, $CE=1$이고 점 P가 BD우의 점이면 PE와 PC의 길이의 합은 최소 ______까지 될수 있다.

Ⅲ. 풀이문제

1. a, b, c가 서로 다른 유리수일 때 $\sqrt{\frac{1}{(a-b)^2}+\frac{1}{(b-c)^2}+\frac{1}{(c-a)^2}}$ 은 유리수라는것을 증명하시오.

2. $\triangle ABC$에서 $\angle BAC=5.25^\circ$, AD는 $\triangle BAC$의 2등분선이다. 점 A를 지나며 DA에 수직인 직선과 BC와의 사귐점은 M이다. $BM=BA+AC$일 때 $\angle ABC$와 $\angle ACB$의 크기를 구하시오.

3. 3×3인 바른4각형칸에 몇개의 서로 다른 자연수들을 채운다. 얻어진 매 행의 3개수를 곱하고 매 렬의 세수들을 곱한다. 이때 얻어진 6개의 적은 다 같다. 이 적을 P라고 하자.

(1) 이런 배치가 가능하다는것을 증명하시오.

(2) P는 1990, 1991, 1992, 1993, 1994, 1995의 어느 값도 취할수 있다는것을 증명하시오.

(3) P의 최소값을 구하고 증명하시오.

시 험 21

Ⅰ. 선택문제

1. $x=\frac{1-\sqrt{2}+\sqrt{3}}{2}$, $y=\frac{1+\sqrt{2}-\sqrt{3}}{2}$ 일 때 $\left(\frac{x^2-y^2}{2}\right)^2+xy$ 의 값은 (　　)이다.

(ㄱ) 1,　(ㄴ) $\frac{1}{2}$,　(ㄷ) $\frac{1}{4}$,　(ㄹ) $\frac{1}{6}$

2. $\frac{1-x^{-\frac{1}{2}}}{1+x^{\frac{1}{2}}}-\frac{x^{\frac{1}{2}}+x^{-\frac{1}{2}}}{x-1}$　$(x>0,\ \ x\neq1)$의 값은 (　　)이다.

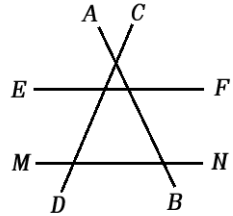
(ㄱ) $\frac{1-x}{2}$, (ㄴ) $\frac{2}{1-x}$, (ㄷ) $\frac{x-1}{2}$, (ㄹ) $\frac{2}{x-1}$

3. 직3각형에서 한변의 길이가 11cm이고 다른 두변의 길이도 역시 자연수이면 그 둘레의 길이는 ( )이다.

(ㄱ) 100cm, (ㄴ) 121cm, (ㄷ) 132cm, (ㄹ) 144cm

4. $n^{36} > 3^{108}$ 을 만족시키는 최소의 옹근수 n은 ( )이다.

(ㄱ) 26, (ㄴ) 27, (ㄷ) 28, (ㄹ) 29

5. 두 직선 EF와 MN은 평행이다. 서로 사귀는 두 직선 AB와 CD는 그림과 같다. 그러면 같은쪽 내각은 모두 ( )이다.

(ㄱ) 4쌍, (ㄴ) 8쌍, (ㄷ) 12쌍, (ㄹ) 16쌍

6. $\triangle ABC$에서 h_a, h_b, h_c가 각각 변 a, b, c에 그은 높이를 표시할 때 $\frac{1}{h_a}+\frac{1}{h_b}\left(\quad\right)\frac{1}{h_c}$ 이다.

(ㄱ) >, (ㄴ) <, (ㄷ) =, (ㄹ) 모두 가능하다

7. p, q는 모두 옹근수이고 x에 관한 방정식 $x^2+px+q=0$의 한 풀이가 $\sqrt{11-6\sqrt{2}}$ 이면 $p+q$는 ( )이다.

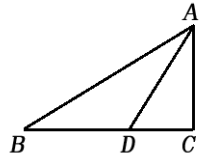
(ㄱ) 0, (ㄴ) 1, (ㄷ) 5, (ㄹ) 6

8. 제형 $ABCD$에서 $AD // BC$이고 $\angle B + \angle C = 90°$ 이다. E, F는 각각 AD, BC의 가운데점이고 $AD = 20, BC = 54$이면 EF는 ( )이다.

(ㄱ) 15, (ㄴ) 16, (ㄷ) 17, (ㄹ) 14

Ⅱ. 채우기문제

1. x에 관한 방정식 $(b-c)x^2 + (c-a)x + b-c = 0$이 두개의 같은 실수풀이를 가지기 위한 조건은 ____과 같다.

2. $\triangle ABC$에서 $\angle c = 90°$ 이고 D는 BC우의 한점이다. AB = 17cm, AD = 10cm, BD = 9cm이면 AC의 길이는 _____이다.

3. 4개의 련이은 짝수들의 합이 1996이다. 그러면 그중 최대수와 최소수의 두제곱차는 ____이다.

4. 평행4변형 $ABCD$에서 $AD=2AB$이다. C를 지나 AB에 그은 수직선의 밑점을 E라고 하고 M은 AD의 가운데점이면 $\angle EMD$ = _______ $\angle AEM$이다.

5. 방정식 $x^2 + ax + 2 = 0$의 두개의 실수풀이가 -1보다 작으면

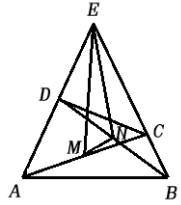
보조변수 a의 값범위는 ____이다.

6. $a^4+b^4+c^4-2a^2b^2-2b^2c^2-2c^2a^2$ 을 인수분해하면 _____.

7. $\angle MON=40^\circ$, 점 P는 $\angle MON$의 아낙의 한점, A는 OM우의 한점, B는 ON우의 한점이면 $\triangle PAB$의 둘레의 길이가 최소로 되는 $\angle APB=$____이다.

8. $a+b+c=2\sqrt{a+1}+4\sqrt{b+1}+6\sqrt{c-2}-14$ 일 때 $a(b+c)+b(c+a)+c(a+b)$의 값은 ______이다.

Ⅲ. 풀이문제

1. 4각형 $ABCD$에서 변 AD, BC의 연장선은 E에서 사귀고 점 M, N은 각각 AC, DB의 가운데점일 때 $S_{\triangle EMN}=\frac{1}{4}S_{ABCD}$임을 증명하시오.

2. n개의 수중에서 임의로 10개를 취한 합이 모두 정수이면 이 n개의 수의 합도 역시 정수임을 증명하시오.

3. 바른다각형모양의 보도블로크를 도로에 깐다. 바른n각형블로크를 리용하면 몇가지 방법으로 할수 있는가? (실례로 바른4각형모양으로 깔 때 은 서로 다른 방법이다.)

시 험 22

Ⅰ. 선택문제

1. $-\{-1-[2(-3-4)-5-6(-7-8)]\}-9=(\qquad)$

(ㄱ) 1991, (ㄴ) 101, (ㄷ) 91, (ㄹ) 우의 답이 모두 틀린다

2. $\dfrac{-1\frac{1}{2}+1\frac{1}{3}\div1\frac{1}{6}}{1-3\frac{1}{3}\times1\frac{1}{5}+\dfrac{-4\frac{1}{2}}{2\frac{1}{4}}}=(\qquad)$

(ㄱ) $\dfrac{25}{14}$,　　(ㄴ) $-\dfrac{25}{14}$,　　(ㄷ) $\dfrac{1}{14}$,　　(ㄹ) $-\dfrac{1}{14}$

3. 부등식 $-6\dfrac{1}{3}x-5\dfrac{2}{3}>-\dfrac{5}{6}\left(-2\dfrac{2}{5}x+1\dfrac{4}{5}\right)$의 풀이는 (　)이다.

(ㄱ) $x>\dfrac{1}{2}$,　(ㄴ) $x<\dfrac{1}{2}$,　(ㄷ) $x>-\dfrac{1}{2}$,　(ㄹ) $x<-\dfrac{1}{2}$

4. $a\neq0$, $b\neq0$, $a^2+b^2\neq0$이라는것을 이미 알고있다. 한 학생이 네 걸음의 계산으로 다음의 식을 얻었다.

$$\frac{1}{a^2-b^2}\div\left(\frac{1}{a+b}-\frac{1}{a-b}\right)\overset{①}{=}\frac{1}{a^2-b^2}\div\frac{1}{a+b}-\frac{1}{a^2-b^2}\div\frac{1}{a-b}$$
$$\overset{②}{=}\frac{1}{a+b}-\frac{1}{a-b}\overset{③}{=}\frac{1}{(a+b)-(a-b)}\overset{④}{=}\frac{1}{2a}$$

그러면 그중 제 (　)번째 걸음이 잘못되였다.

(ㄱ) ①, ②, ③,　　　　(ㄴ) ①, ②, ③, ④,

(ㄷ) ②, ③, ④,　　　　(ㄹ) ①, ②, ④

5. $[x]$는 x보다 크지 않는 최대의 옹근수이다. 실례로 $[3]=[3.14]=[3.18]=3$, $[0]=0$, $[-3]=[-2.2]=[-2.6]=-3$ 등등. $\left[\dfrac{\left(\dfrac{q_1}{n}\right)}{n}\right]=1$이고 n이 정의 옹근수이면 $n=($　$)$이다.

(ㄱ) 7, 8, 9,　(ㄴ) 7, 8, 9, 10,　(ㄷ) 6, 7, 8, 9 ,　(ㄹ) 7, 8

6. 8개의 수 12, 30, 42, 44, 57, 91, 95, 143을 두개조로 나누어 매조의 수들의 적이 같게 한다. 그러면 정확히 (　)로 나눌수 있다.

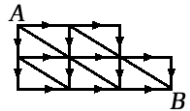
(ㄱ) 12, 42, 57, 143과 30, 44, 91, 95

(ㄴ) 12, 30, 95, 143과 42, 44, 57, 91

(ㄷ) 12, 42, 95, 143과 30, 44, 57, 91

(ㄹ) 12, 44, 95, 143과 30, 42, 57, 91

7. 그림과 같이 A로부터 B까지 화살표방향으로 가는 방법에는 (　)가지 있다.

(ㄱ) 25,　(ㄴ) 24,　(ㄷ) 23,　(ㄹ) 22

8. A가 n자리정의옹근수, $n\geq2$이고 B가 k자리정의옹근수, $k\geq1$이

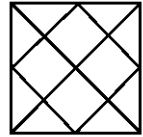
라고 하자. 그러면 $n-1$가지 방법으로 B를 A의 이웃한 두 수자사이에 삽입하여 얻어진 $n+k$자리정의옹근수를 C라고 한다. 실례로 $A=1991$, $B=35$일 때 세가지 삽입방법이 있다. 이때 C는 135991 또는 193591 또는 199351이다. 만일 이 매개 수들에 대하여 A가 B로 완제될 때 B를 A에 임의로 삽입하여 얻어진 C 역시 B로 완제된다면 B를 협조수라고 한다. 그러면 14개의 수 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 9, 10, 11, 12, 15, 66, 90중에는 모두 ( )개의 협조수가 있다.

(ㄱ) 6, (ㄴ) 8, (ㄷ) 10, (ㄹ) 11

Ⅱ. 채우기문제

1. $a+2b-3c=4$, $5a-6b+7c=8$이면 $9a+2b-5c$ = _____.

2. 유리수범위내에서 다음식을 인수분해하면 $(x+1)(x+2)\cdot(2x+3)(x+6)-20x^4$ = _____.

3. 그림에서 찾아볼수 있는 직3각형은 ____개이다.

4. A, B, C, D 네개의 축구팀이 경기를 한다. 가, 나, 다 세사람이 경기결과를 예측하였다. 가는 C가 2등, D가 3등, 나는 D가 4등, A가 2등, 다는 C가 1등, B가 2등이라고 하였다. 이 세사람의 예측이 절반은 맞고 절반은 틀렸다. 그러면 1, 2, 3, 4등은 각각 ______이다.

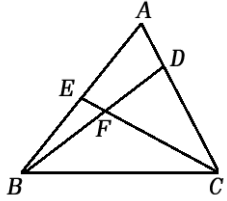
5. A, B 두 사람이 함께 같은 차를 타고 체육관에 간다. 가는 절반거리는 차를 타고 나머지는 내려서 달려서 간다. B는 전체 시간의 $\frac{2}{5}$시간 차를 타고 나머지시간은 내려서 달려서 간다. 두 사람의 속도가 같고 전기간 균등하며 차의 속도 역시 변화가 없다. 차의 속도는 달리는 속도의 2~3배이다. 그러면 두사람중에서 _____가 먼저 체육관에 도착한다.

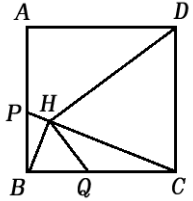
6. n이 자연수이고 n과 3의 합은 5의 배수, n과 3의 차는 6의 배수이다. 그러면 n의 최소값은 _____이다.

7. t가 $\sqrt{\frac{1}{\sqrt[3]{2}-1}+\sqrt[3]{2}}$ 의 제일 가까운 옹근수라고 하면 $\sqrt{3-2\sqrt{t}}$ 는 ______과 같다.

8. $m=\sqrt{17}-1$일 때 $(m^5+2m^4-17m^3-m^2+18m-17)^{1989}$ = _____.

Ⅲ. 풀이문제

1. 그림에서 D와 E는 각각 $\triangle ABC$의 AC와 AB우의 점이고 BD와 CE는 F에서 사귄다. $AE = EB$, $\frac{AD}{DC}=\frac{2}{3}$, $S_{\triangle ABC}=40$일 때 S_{AEFD}를 구하시오.

2. P명의 남학생들과 q명의 녀학생들이 하나의 원탁주위에 둘러앉았다($p\geq 0,\ q\geq 0,\ p+q\geq 2$). 린접한 두명의 남자의 조수를 a, 린접한 두 녀자의 조수를 b라고 하자. $a-b=p-q$임을 증명하시오.

3. 그림에서 P, Q는 바른4각형 $ABCD$의 변 AB, BC우의 점이고 $BP = BQ$이다. B에서 PC에 그은 수직선의 밑점을 H라고 하면 $DH\perp HQ$임을 증명하시오.

시 험 23

Ⅰ. 선택문제

1. a, b가 서로 다른 씨수이면 $\sqrt{ab}$는 ( )이다.

(ㄱ) 씨수, (ㄴ) 합성수, (ㄷ) 유리수, (ㄹ) 무리수

2. 방정식 $|x-4|+|x+1|=5$의 풀이모임은 ( )이다.

(ㄱ) 모든 실수, (ㄴ) $x<-1$, (ㄷ) $-1\leq x\leq 4$, (ㄹ) $x>4$

3. p가 $\triangle ABC$의 아낙의 한점이다. $\angle APB$, $\angle BPC$, $\angle CPA$중에는 ( )개의 무딘각이 있다.

(ㄱ) 3, (ㄴ) 없다, (ㄷ) 2, (ㄹ) 적어도 2

4. 어느 도시에서 차대수가 93년에는 92년보다 10% 증가하고 94년에는 93년보다 10% 증가하였으며 95년에는 94년보다 10% 감소, 96년에는 95년보다 10% 감소하였다. 그러면 96년에는 92년보다 ( )하였다.

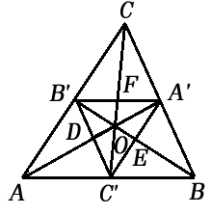
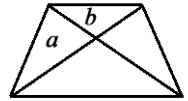
(ㄱ) 증가하지도 감소하지도 않았다, (ㄴ) 92년의 $\frac{980}{1000}$,

(ㄷ) 92년의 $\dfrac{9801}{1000}$, (ㄹ) 92년에 비해 $\dfrac{1}{100}$ 증가

5. $\sqrt[3]{a+\dfrac{a+8}{3}\sqrt{\dfrac{a-1}{3}}}+\sqrt[3]{a-\dfrac{a+8}{3}\sqrt{\dfrac{a-1}{3}}}$ 을 간단히 하면 (　　).

(ㄱ) -2, (ㄴ) 2, (ㄷ) $2a$, (ㄹ) $-2a$

6. 그림에서 O는 $\triangle ABC$의 무게중심이고 AO, BO, CO의 연장선은 BC, CA, AB와 각각 점 A', B', C'에서 사귄다. D, E, F는 각각 AA', BB', CC'와 $B'C'$, $C'A'$, $A'B'$와의 사귐점들이다. 그림에서 $\triangle AB'D$의 면적과 같은 면적을 가진 3각형은($\triangle AB'D$포함) (　　) 개 있다.

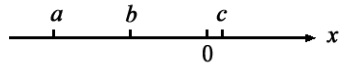
(ㄱ) 6,　(ㄴ) 8,　(ㄷ) 10,　(ㄹ) 12

7. 제형이 대각선에 의하여 4개의 부분으로 나누어지는데 두 부분의 면적을 각각 a, b라고 하면 이 제형의 두 밑변의 비는 (　)이다.

(ㄱ) $a:b$, (ㄴ) $b:a$, (ㄷ) $\sqrt{a}:\sqrt{b}$, (ㄹ) $\sqrt{b}:\sqrt{a}$

8. 정수 x의 옹근수부는 $[x]$, 소수부는 8이다. $[x]^2=8\cdot x$이면 (　　)이다.

(ㄱ) $0<x<1$,　(ㄴ) $x=\dfrac{\sqrt{5}-1}{2}$,　(ㄷ) $x=\dfrac{\sqrt{5}+1}{2}$,　(ㄹ) $x>2$

Ⅱ. 채우기문제

1. 실수 a, b, c의 수축우의 대응점은 그림과 같다. 그러면 $\sqrt{a^2}-|a+b|+|c-a|+|b+c|$의 값은 ______과 같다.

a　b　c　x　0

2. $\dfrac{\sqrt{27}-\sqrt{98}}{\sqrt{128}-\sqrt{147}}$ 을 간단히 하면 _________.

3. $x+y=a\ (a\neq 0)$, $x^3+y^3=b$이면 $x^2+y^2=$ ________.

4. $\dfrac{\sqrt{(a+b)^2}}{|b+1|}=-\dfrac{a+b}{b+1}$가 성립되면 a, b는 부등식 __을 만족시킨다.

5. 자모 $\begin{matrix}a\\b\\c\\d\end{matrix}$ 에서 글자들의 순서를 변화시키지 않고 분수를 표시하는 긴선, 중간선, 짧은선 3개를 적당히 긋는다. 실례로 $\dfrac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \dfrac{\frac{a}{bd}}{c} = \dfrac{ac}{bd}$일 때 ____개의 범분수식을 얻는데 그것을 간단히 하면 ____개의 서로 다른 분수식을 얻는다.

6. 임의의 자연수 n에 대하여 $3^{n+2} - 2^{n+2} + 3^n - 2^n$ 의 값에 포함된 씨인수는 ______이다.

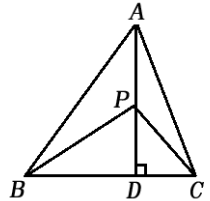
7. $b^2 + bc = 2ac,\ 9a^2 = 6ab + 7bc$이면 $a : b : c =$ _______.

8. $\sqrt{2-\sqrt{2+\sqrt{2-\sqrt{2+\sqrt{\cdots}}}}} =$ _______.

Ⅲ. 풀이문제

1. k가 어떤 수일 때 다항식 $kx^2 - 2xy - 3y^2 + 3x - 5y + 2$는 두 1차인수의 적으로 인수분해되겠는가?

2. $\triangle ABC$에서 $AB > AC$, P는 변 BC의 높이 AD의 한점일 때 $AB - AC < PB - PC$임을 증명하시오.

3. m, n, p, q가 부아닌 옹근수이고 모든 $x > 0$에 대하여 $\dfrac{(x+1)^m}{x^n} - 1 = \dfrac{(x+1)^p}{x^q}$ 이 항상 성립한다. $(m^2+2n+p)^{28}$의 값을 구하시오.

시 험 24

Ⅰ. 선택문제

1. a, b, c가 모두 n자리정의옹근수이면 abc는 반드시 (　　)자리정의옹근수이다.

(ㄱ) $3n$, (ㄴ) $3n-1$, (ㄷ) $3n-2$, (ㄹ) (ㄱ), (ㄴ), (ㄷ)가 모두 틀린다

2. m을 3으로 나눈 나머지가 1, 7로 나눈 나머지가 5, 11로 나눈 나머지가 4인 제일 작은 자연수라고 하면 m을 4로 나눈 나머지는 (　　　)이다.

(ㄱ) 0,　　(ㄴ) 1,　　(ㄷ) 2,　　(ㄹ) 3

3. $||||x-1|-1|-1|-1|=0$이 4중절대값부호를 가진 방정식이면(　).

(ㄱ) 0, 2, 4는 모두 풀이이다,

(ㄴ) 0, 2, 4는 모두 풀이가 아니다,

(ㄷ) 0, 2, 4는 완전한 풀이가 아니다,

(ㄹ) 0, 2, 4외에 다른 풀이가 없다

4. $x^2+x-1=0$ 이면 $2x^3+3x^2-x=$ (　).

(ㄱ) 0,　(ㄴ) 1,　(ㄷ) -1,　(ㄹ) 확정할수 없다

5. 실수 a, b, c 가 $a+b+c=0, abc=1$을 만족시키면 a, b, c중에서 정수의 개수는 (　)이다.

(ㄱ) 3,　(ㄴ) 2,　(ㄷ) 1,　(ㄹ) 0

6. 배가 항구 A에서 항구 B까지 흐르는 물을 따라가면 6h 걸리고 B에서 A까지 거슬러가면 8h 걸린다. 배가 흐르지 않는 물에서 A에서 B로 가는데 (　　)h 걸린다.

(ㄱ) 7,　(ㄴ) $6\frac{6}{7}$,　(ㄷ) $7\frac{1}{2}$,　(ㄹ) $6\frac{1}{2}$

7. $a=1990x+1989$, $b=1990x+1990$, $c=1990x+1991$이면 $a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca$ 의 값은 (　)이다.

(ㄱ) 0,　(ㄴ) 1,　(ㄷ) 2,　(ㄹ) 3

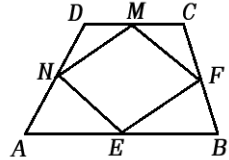
8. a, b, c, d는 모두 옹근수이고 x에 관한 4개의 방정식 $(a-2b)x=1$, $(b-3c)x=1$, $(c-4d)x=1$, $x+100=d$ 의 풀이는 모두 정수이다. 그러면 가능한 a의 최소값은 (　)이다.

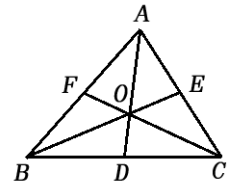
(ㄱ) 2433,　(ㄴ) 2425,　(ㄷ) 2401,　(ㄹ) 2400

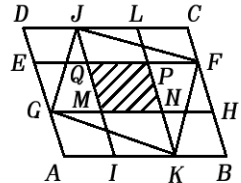
Ⅱ. 채우기문제

1. a, b, c는 서로 다른 자연수이고 $ab^2c^3=1350$이면 $a+b+c$의 최대값은 ______이다.

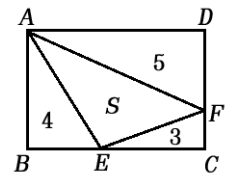
2. 정의옹근수 a, b, c, d가 $a < 2b, 3b < 4c, 5c < 6d, 7d < 1990$을 만족시키면 a의 최대값은 _______이다.

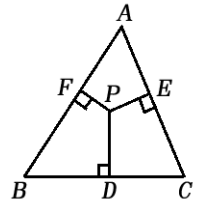
3. 그림에서 제형 $ABCD$의 면적이 12이면 이 제형의 네변의 가운데점을 정점으로 하는 4각형 $EFMN$의 면적은 ______이다.

4. 언니와 동생이 벼가을을 한다. 언니가 1시간후에 벼털기를 하고 동생은 1시간 24분 더 일하여 가을을 끝냈다. 언니가 혼자 하여 두시간 걸린다면 동생은 벼가을을 혼자 하는데 ____시간 걸린다.

5. 2등변3각형의 변의 길이를 원래의 9배가 되게 하면 면적은 ______배로 된다.

6. 그림에서 D, E, F는 $\triangle ABC$의 세변의 가운데점이다. 그러면 그림에는 모두 ____쌍의 면적이 같은 3각형이 있다.

7. 그림에서와 같이 평행4변형 $ABCD$에서 $EF // GH // AB$, $IJ // KL // BC$이다.

$S_{MNPQ} = 19, S_{GKFJ} = 90$이면 S_{ABCD} =______.

Ⅲ. 풀이문제

1. E, F는 직4각형 $ABCD$의 변 BC와 CD우의 한점이다. $\triangle CEF$, $\triangle ABE$, $\triangle ADF$의 면적이 각각 3, 4, 5일 때 $\triangle AEF$의 면적 S를 구하시오.

2. 수자 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6의 7개로 같은 수자가 들어있지 않는 7자리의 수를 만든다. 그중에서 일부는 55의 배수이다. 이 55의 배수중에서 최소수와 최대수를 구하시오(추리과정을 쓰시오).

3. 그림에서 $\triangle ABC$의 변 $BC = 17, CA = 18, AB = 19$이다. $\triangle ABC$의 아낙의 한점 P를 지나 $\triangle ABC$의 세변에 각각 수직선 PD, PE, PF (D, E, F는 수직점)를 그어 $BD + CE + AF = 27$이 되게 한다. $BD + BF$의 길이를 구하시오.

시 험 25

Ⅰ. 선택문제

1. 아래의 5개의 항등식의 변형식은 다음과 같다.

① $2x-2y+4=2(x-y)+4$ ② $a^2-16=(a+4)(a-4)$

③ $\frac{1}{9}-a+\frac{9}{4}a^2=\left(\frac{1}{3}-\frac{3}{2}a\right)^2$ ④ $2a(a+b)(a-b)-8a=2a(a^2-b^2-4)$

⑤ $a^2b+ab^2=a^2b^2\left(\frac{1}{b}+\frac{1}{a}\right)$

그중 인수분해에 속하는것은 ( )이다.

(ㄱ) 모두, (ㄴ) ②, ③, ⑤, (ㄷ) ③, ④, ⑤, (ㄹ) ③, ④

2. $\frac{1}{x}-\frac{1}{y}=3$이면 $\frac{2x+3xy-2y}{x-2xy-y}$의 값은 ( )이다.

(ㄱ) 3, (ㄴ) $\frac{1}{3}$, (ㄷ) $\frac{3}{5}$, (ㄹ) $\frac{5}{3}$

3. $\triangle ABC$에서 $AB=AC$, $\angle C=30^\circ$이고 D는 BC우의 한점이며 $DA\perp AB$이다. $BC=24$이면 AD의 값은 ( )이다.

(ㄱ) 4, (ㄴ) 6, (ㄷ) 8, (ㄹ) 12

4. $x=1-\sqrt{3}$이면 $x^5-2x^4-2x^3+x^2-2x-1$의 값은 ( )이다.

(ㄱ) 0, (ㄴ) 1, (ㄷ) -1, (ㄹ) $\sqrt{3}-1$

5. 4각형의 네변의 길이는 각각 a, b, c, d이다. 만일 $a^2+b^2+c^2+d^2=ab+bc+cd+da$이면 이 4각형은 반드시 ( )이다.

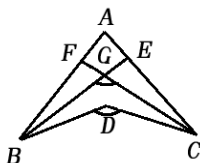
(ㄱ) 바른4각형, (ㄴ) 등변4각형,

(ㄷ) 직4각형, (ㄹ) 특수한 4각형이 아니다

6. $(x-z)^2-4(x-y)(y-z)=0$이면 $\frac{x+z}{y}$의 값은 ( )이다.

(ㄱ) 1, (ㄴ) 2, (ㄷ) $\frac{1}{2}$, (ㄹ) 확정할수 없다

7. 그림에서 BE, CF는 각각 $\angle ABD$, $\angle ACD$의 2등분선이고 BE와 CF의 사귐점은 G이다. $\angle BDC=140^\circ$, $\angle BGC=110^\circ$이면 $\angle A$의 값은 ( )이다.

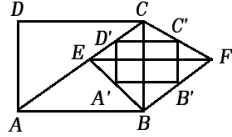
(ㄱ) 70°, (ㄴ) 75°, (ㄷ) 80°, (ㄹ) 85°

8. $[x]$는 x를 넘지 않는 최대의 옹근수를 표시한다. $M=\sqrt{[\sqrt{X}]}$, $N=\left[\sqrt{\sqrt{X}}\right]$, (그중 $x\geq 1$)이면 반드시 ( )이다.

(ㄱ) $M>N$, (ㄴ) $M=N$, (ㄷ) $M<N$, (ㄹ) 우의것이 모두 틀린다

Ⅱ. 채우기문제

1. 실수 x, y가 $2x^2-6xy+9y^2-4x+4=0$을 만족시키면 $\sqrt[x]{y}$ = ____.

2. $p=7$이면 $p^4-14p^3+55p^2-84p+284$의 값은 ____이다.

3. 그림에서 E는 직4각형 $ABCD$안의 한점이다. 평행4변형 $ABFE$를 그리고 A', B', C', D'를 각각 EB, BF, FC, CE의 가운데점이라고 할 때 S_{ABCD} = 1이면 $S_{A'B'C'D'}$ = _____.

4. 간단히 하시오. $\sqrt{\underbrace{11\cdots1}_{2n개}-\underbrace{22\cdots2}_{n개}}$ = ______.

5. x, y, z는 실수이고 $(x-y)^2+(y-z)^2+(z-x)^2=(y+z-2x)^2+(z+x-2y)^2+(x+y-2z)^2$이면 $\dfrac{xy+1}{z^2+1}\cdot\dfrac{yz+1}{x^2+1}\cdot\dfrac{zx+1}{y^2+1}$의 값은 _____이다.

6. $\dfrac{2+2\sqrt{7}+\sqrt{10}}{\left(\sqrt{7}+\sqrt{10}\right)\left(2+\sqrt{7}\right)}+\dfrac{4+2\sqrt{13}+\sqrt{10}}{\left(\sqrt{13}+\sqrt{10}\right)\left(4+\sqrt{13}\right)}$=______.

7. $\triangle ABC$에서 $AB=AC$, P는 $\triangle ABC$의 아낙의 한점이고 $PC>PB$이면 $\angle APB$___ $\angle APC$ ($>$ 또는 $<$)이다.

8. $a+b+c=1$, $a^2+b^2+c^2=2$, $a^3+b^3+c^3=3$이면 $a^4+b^4+c^4=$ ____.

Ⅲ. 풀이문제

1. $\dfrac{y+z}{x}=\dfrac{x+z}{y}=\dfrac{x+y}{z}$일 때 $\dfrac{y+z}{x}$의 값을 구하시오.

2. $\triangle ABC$밖에 바른4각형 $ABDE$와 $ACFG$를 그리고 EC와 BG의 사귐점을 P라고 할 때 AP가 $\angle EPG$의 2등분선임을 증명하시오.

3. 3각형의 아낙에 한점 P가 있다. 점 P에서 세변까지의 거리와 세변의 길이는 거꿀비례한다. P를 지나 한변에 평행인 직선을 그어

두개 부분으로 나눈다. 이 두 부분의 면적의 차의 절대값이 원래 3각형면적의 $\frac{1}{9}$임을 증명하시오.

시 험 26

I. 선택문제

1. 아래의 례중에서 명제가 아닌것은 (　　)이다.
(ㄱ) A, B 두점을 련결하는 곡선들가운데서 선분이 제일 짧다,
(ㄴ) A, B 두점을 련결하여 직선 AB를 만든다,
(ㄷ) 평행이 아닌 두 직선은 하나의 사귐점을 가진다,
(ㄹ) 맞문각은 갈지 않다

2. 3.14159, $-\sqrt[3]{343}$, 0.131131113, $-\pi$ 이 네수중 무리수는 ( )개이다.
(ㄱ) 0, (ㄴ) 1, (ㄷ) 2, (ㄹ) 3

3. $-x+y$, $\frac{x+3}{2}$, $\frac{4-y}{\pi}$, $\frac{2x}{x}$, $3+\frac{x+\frac{1}{y}}{2}$ 중에서 분수식은 ( )개이다.
(ㄱ) 0, (ㄴ) 1, (ㄷ) 2, (ㄹ) 3

4. $a-b=2$, $a-c=\sqrt[3]{7}$ 이면 $(c-b)[(a-b)^2+(a-b)(a-c)+(a-c)^2]$의 값은 (　　)이다.
(ㄱ) 1, (ㄴ) -5, (ㄷ) 15, (ㄹ) 9

5. 볼록n각형의 n개의 내각과 하나의 외각의 총합이 1350° 이다. 그러면 n은 (　　)과 같다.
(ㄱ) 6, (ㄴ) 7, (ㄷ) 8, (ㄹ) 9

6. b는 1부터 11사이의 짝수이고 c는 임의의 자연수이다. 이때 이것들로 만드는 두개의 서로 다른 실수풀이를 가지는 1원2차방정식 $x^2+bx+c=0$은 (　　)개이다.
(ㄱ) 무한, (ㄴ) 5, (ㄷ) 25, (ㄹ) 50

7. 볼록1996각형의 내각들중에서 뾰족각이 아닌것은 적어도 (　　)개 있다.
(ㄱ) 1992, (ㄴ) 1993, (ㄷ) 1994, (ㄹ) 1995

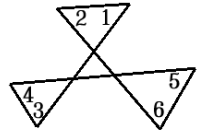
8. 옹근수 x, y, z가 $(x-y)(y-z)(z-x)=x+y+z$를 만족시키면 $x+y+z$를 27로 나눈 나머지는 (　　)이다.

(ㄱ) 0,　(ㄴ) 3,　(ㄷ) 4,　(ㄹ) 확정할수 없다

Ⅱ. 채우기문제

1. 약분하면 $\dfrac{x^3-11x^2+35x-25}{x^3-7x^2+11x-5}=$______.

2. $a+b+c=0$이면 $\sqrt{(a+b)(b+c)(c+a)}+abc=$_______.

3. 그림에서 $\angle 1+\angle 2+\angle 3+\angle 4+\angle 5+\angle 6$ =__________.

4. 방정식 $\dfrac{x-4}{x-5}-\dfrac{x-5}{x-6}=\dfrac{x-7}{x-8}-\dfrac{x-8}{x-9}$의 풀이는 _________.

5. $a\neq b$, $a^2-3a=1$, $b^2-3b=1$이면 $\dfrac{b}{a^2}+\dfrac{a}{b^2}=$______.

6. 간단히 하면

$$\frac{b}{a(a+b)}+\frac{c}{(a+b)(a+b+c)}+\frac{d}{(a+b+c)(a+b+c+d)}=______.$$

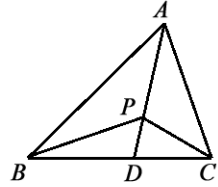
7. 바른4각형 $ABCD$에서 E는 BC우에 있고 $BE=2, CE=1$이다. 그리고 P는 BD우에 있다. 그러면 PE와 PC의 길이의 합은 최소로 _____이다.

8. p, q, $\dfrac{2p-1}{q}, \dfrac{2q-1}{p}$이 모두 옹근수이고 $p>1, q>1$이면 $p+q=$ ______.

Ⅲ. 풀이문제

1. a, b와 $a-b$가 모두 3의 배수가 아니라면 a^3+b^3은 반드시 9의 배수라는것을 증명하시오(a, b는 옹근수).

2. 5와 3의 2차뿌리의 합은 임의의 두 옹근수의 2차뿌리의 차와 같을수 없다는것을 증명하시오.

3. 그림에서 p는 $\triangle ABC$의 내각의 2등분선 AD 우에 있는 점이고 $AB>AC$이다. 이때 $\dfrac{AB}{AC}$와 $\dfrac{PB}{PC}$의 크기를 판정하고 그것을 증명하시오.

시 험 27

Ⅰ. 선택문제

1. $(a-1)\sqrt{-\dfrac{1}{a-1}}$ 에서 뿌리기호밖의 인수를 뿌리기호안에 넣으면 ( )과 같다.

(ㄱ) $\sqrt{a-1}$, (ㄴ) $\sqrt{1-a}$, (ㄷ) $-\sqrt{a-1}$, (ㄹ) $-\sqrt{1-a}$

2. $x:y:z=2:3:8$, $z-2x+5y=10$이면 $x+y+z$의 값은 ( )이다.

(ㄱ) 13, (ㄴ) $\dfrac{130}{9}$, (ㄷ) $\dfrac{80}{19}$, (ㄹ) $\dfrac{10}{19}$

3. 방정식 $6\sqrt{x^2-4x+4}+|x+3|-|2x-4|+10$ 의 풀이의 적은 ( )이다.

(ㄱ) 1, (ㄴ) 0, (ㄷ) -1, (ㄹ) 3

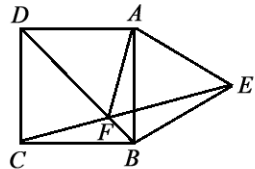
4. 그림에서 바른4각형 $ABCD$의 밖에 바른3각형 ABE를 그리고 BD와 EC의 사귐점을 F라고 하면 $\angle AFD$의 크기는 ( )이다.

(ㄱ) 60°, (ㄴ) 50°, (ㄷ) 45°, (ㄹ) 40°

5. 4각형 $ABCD$에서 $AB-AD=CB-CD$이면 $AD+BC$와 BD사이의 관계는 ( )이다.

(ㄱ) $AD+BC>BD$, (ㄴ) $AD+BC=BD$,
(ㄷ) $AD+BC=2BD$, (ㄹ) $AD+BC>2BD$

6. $a+\dfrac{9}{b}=3$, $b+\dfrac{1}{c}=3$ 이면 $c+\dfrac{1}{a}$의 값은 ( )이다.

(ㄱ) 3, (ㄴ) $\dfrac{1}{3}$, (ㄷ) 6, (ㄹ) $\dfrac{10}{3}$

7. 평행4변형 $ABCD$에서 E는 AB의 가운데점이고 F는 AD우의 한점이다. $AF=\frac{1}{2}FD$, EF와 AC의 사귐점을 G라고 하면 $AG:AC$의 값은 ( )이다.

(ㄱ) 2 : 5, (ㄴ) 1: 5, (ㄷ) 1: 6, (ㄹ) 확정할수 없다

8. $\triangle ABC$에서 $AB=AC$이고 정각 $\angle A=20^{\circ}$이다. 그리고 변 AB우에서 $AD=BC$되는 점 D를 취하면 $\angle BDC$의 크기는 ( )이다.

(ㄱ) 20°, (ㄴ) 30°, (ㄷ) 50°, (ㄹ) 80°

Ⅱ. 채우기문제

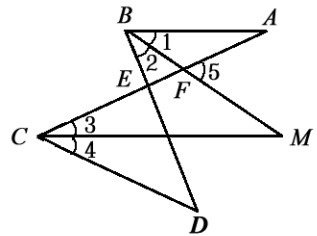
1. $a>0$, $b>0$이고 $\sqrt{a}\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}\right)=3\sqrt{b}\left(\sqrt{a}+5\sqrt{b}\right)$이면 $\frac{a-b+\sqrt{ab}}{2a+3b+\sqrt{ab}}$의 값은 ______이다.

2. $\begin{cases}1994(x-y)+1995(y-z)+1996(z-x)=0 & ① \\ 1994^2(x-y)+1995^2(y-z)+1996^2(z-x)=1995 & ②\end{cases}$

이때 $z-y$의 값은 ______이다.

3. $\triangle ABC$에서 BD, CE는 각각 AC, BC의 가운데선이고 M과 N은 각각 BD, CE의 가운데점이다. 이때 $MN:BC=$ _____.

4. $\frac{x^{3n}}{x^n-1}-\frac{x^{2n}}{x^n+1}-\frac{1}{x^n-1}+\frac{1}{x^n+1}=$ ___.

5. 그림에서 선분 AC와 BD는 점 E에서 사귀고 $\angle ABD$, $\angle DCA$의 2등분선은 점 M에서 사귀며 BM과 AC는 점 F에서 사귄다. 그러면 $\angle A+\angle D$ ___ $2\angle M$ (> , < , =)

6. $\sqrt{x-4\sqrt{x-1}+5}+\sqrt{x-6\sqrt{x+1}+10}=1$의 풀이는 ______이다.

7. $\left(\sqrt{5+2\sqrt{6}}\right)^x+\left(\sqrt{5-2\sqrt{6}}\right)^x=10$의 풀이는 ______.

8. 세변의 길이는 련이은 자연수이고 둘레의 길이가 100을 넘지 않는 3각형중에서 뾰족3각형은 _______개이다.

Ⅲ. 풀이문제

1. a, b, c는 $\triangle ABC$의 세변이고 $a^3+b^3+c^3=3abc$를 만족시키면 $\triangle ABC$는 무슨 3각형인가?

2. 둘레의 길이가 12m이고 한각이 60°인 등변4각형모양의 꽃밭에 10그루의 꽃나무를 심었다. 어떻게 심든지간에 적어도 두 나무사이의 거리가 $\sqrt{3}$m보다 작아진다는것을 증명하시오.

3. $\sqrt[3]{7+5\sqrt{2}}$을 간단히 하시오.

시 험 28

Ⅰ. 선택문제

1. $-1 < a < 0$이면 $a, a^3, \sqrt[3]{a}, \frac{1}{a}$중에서 반드시 ( )로 된다.

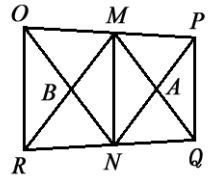
(ㄱ) a최소, a^3최대, (ㄴ) $\sqrt[3]{a}$ 최소, a최대,

(ㄷ) $\frac{1}{a}$ 최소, a최대, (ㄹ) $\frac{1}{a}$ 최소, a^3최대

2. 방정식 $(x^2+1)(y^2+4)-8xy=0$의 옹근수풀이모임은 ( ) 있다.

(ㄱ) 1조, (ㄴ) 2조, (ㄷ) 3조, (ㄹ) 없다

3. 그림에서 $PQ//MN//OR$이면 아래의 결론중에서 정확한것은 ( )이다.

(ㄱ) $S_{AMBN} = S_{\triangle APQ}+S_{\triangle BOR}$,

(ㄴ) $S_{\triangle QMR} = S_{\triangle PNO}$,

(ㄷ) $S_{\triangle AMN} = S_{\triangle BMN}$,

(ㄹ) $S_{\triangle PAQ} = S_{\triangle AMN}$

4. 3개의 수 $\left(\frac{2}{3}\right)^{-\frac{7}{8}}, \left(\frac{8}{7}\right)^{-\frac{4}{5}}, \left(\frac{5}{7}\right)^{\frac{4}{5}}$의 크기순서는 ( )과 같다.

(ㄱ) $\left(\frac{2}{3}\right)^{-\frac{7}{8}} < \left(\frac{8}{7}\right)^{-\frac{4}{5}} < \left(\frac{5}{7}\right)^{\frac{4}{5}}$, (ㄴ) $\left(\frac{2}{3}\right)^{-\frac{7}{8}} < \left(\frac{5}{7}\right)^{\frac{4}{5}} < \left(\frac{8}{7}\right)^{-\frac{4}{5}}$,

(ㄷ) $\left(\frac{5}{7}\right)^{\frac{4}{5}}<\left(\frac{8}{7}\right)^{-\frac{4}{5}}<\left(\frac{2}{3}\right)^{-\frac{7}{8}}$,　(ㄹ) $\left(\frac{8}{7}\right)^{-\frac{4}{5}}<\left(\frac{2}{3}\right)^{-\frac{7}{8}}<\left(\frac{5}{7}\right)^{\frac{4}{5}}$

5. 3각형들가운데서 한변이 다른 변의 2배이고 한각이 30° 인 3각형은 (　　)이다.

(ㄱ) 반드시 직3각형,　(ㄴ) 반드시 무딘3각형,

(ㄷ) 뾰족3각형일수 있다,　(ㄹ) 뾰족3각형일수 없다

6. $a+\frac{1}{a+1}=b+\frac{1}{b-1}-2$이고 $a-b+2\neq 0$이면 $ab-a+b$의 값은 (　　)이다.

(ㄱ) 2,　(ㄴ) -2,　(ㄷ) 1,　(ㄹ) 0

7. 한 직선우에 서로 다른 4개의 점이 A, B, C, D의 순서로 놓여있다. 그러면 A, B, C, D 까지의 거리의 합이 최소인 점은 (　　).

(ㄱ) 직선 AD밖의 한점만이 될수 있다,

(ㄴ) B 또는 C점만이 될수 있다,

(ㄷ) 변 AD의 가운데점만이 될수 있다,

(ㄹ) 무한히 많다

8. $\sqrt{1996\sqrt{1995\sqrt{1994\sqrt{1993\times 1991+1}+1}+1}+1}$ 의 값은 (　　)이다.

(ㄱ) 1996,　(ㄴ) 1995,　(ㄷ) 1994,　(ㄹ) 1993

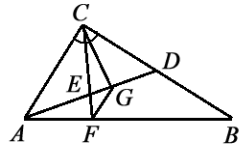
Ⅱ. 채우기문제

1. $\frac{a}{a^2+1}=\frac{1}{3}$이면 $\frac{a^3}{a^6+1}$의 값은 ________.

2. $x-y=1$이면 $x^4-xy^3-x^3y-3x^2y+3xy^2+y^4$ 의 값은 ________.

3. 직4각형 $ABCD$에서 $AB=a, BC=b$이고 M은 BC의 가운데점이다. $DE\perp AM$이고 E가 수직선의 밑점이면 $DE=$ ____이다.

4. $\begin{cases} x+y+\frac{9}{x}+\frac{4}{y}=10 \\ (x^2+9)(y^2+4)=24xy \end{cases}$ 의 풀이는 ____이다.

5. $\triangle ABC$에서 $\angle ACB = 90^\circ$이고 AD는 변 BC의 가운데선이다. 그리고 E는 AD의 가운데점이고 CE와 AB는 점 F에서 사귀며 FG는 AC와 평행, AD와 G에서 사귄다. 그러면 $AB : CG =$______이다.

6. $4(2x^2-x+1)(x^2-2x+3)-(3x^2-3x+4)^2$을 인수분해하면 ___이다.

7. 5자리의 정의홀수 x가 있다. x의 수자 2는 5로, 5는 2로 모두 교체하고 나머지는 그대로 둔다. 이때 새로 얻어진 수를 y라고 하자. 만일 x, y가 등식 $y=2(x+1)$을 만족시키면 $x=$ _____이다.

8. 간단히 하면 $\sqrt{8-\sqrt{39}}=$____.

Ⅲ. 풀이문제

1. $3x^3-2x^2+5x-2$ 를 $x-1$로 표시하시오.

2. O는 $\triangle ABC$의 무게중심이다. O를 지나 BC와 점 E에서 사귀고 AB와 점 F에서 사귀게 직선을 그리자. 그러면 $\frac{AF}{FB}+\frac{CE}{BE}=1$임을 증명하시오.

3. $x\neq 0$일 때 $\frac{\sqrt{x^2+1+x^4}-\sqrt{x^4+1}}{x}$의 최대값을 구하시오.

시 험 29

Ⅰ. 선택문제

1. n개의 자연수가 있어서 그중 임의의 3개 수들의 합이 3의 배수이면 n의 최소값은 (　　)이다.

(ㄱ) 4,　　(ㄴ) 5,　　(ㄷ) 6,　　(ㄹ) 7

2. 52개의 주패장이 있다(빨간복숭아, 까만복숭아. 등변4각형, 매화꽃잎 각각 13개씩) 그중 적어서 k장을 꺼내면 이 k개중 꼭 한장은 10, 다른 한장은 2가 될수 있다. 이때 k의 값은 (　　)이다.

(ㄱ) 45,　　(ㄴ) 46,　　(ㄷ) 48,　　(ㄹ) 49

3. $\dfrac{(4+\sqrt{15})^{\frac{3}{2}}+(4-\sqrt{15})^{\frac{3}{2}}}{(6+\sqrt{35})^{\frac{3}{2}}-(6-\sqrt{35})^{\frac{3}{2}}}$ 을 간단히 하면 ( )이 된다.

(ㄱ) 1, (ㄴ) $\dfrac{\sqrt{5}}{5}$, (ㄷ) $\dfrac{7}{13}$, (ㄹ) $\dfrac{\sqrt{7}}{7}$

4. $(2+1)(2^2+1)(2^4+1)\cdot\cdots\cdot\left(2^{2^n}+1\right)$의 값은 ( )이다.

(ㄱ) $4^{2^n}-1$, (ㄴ) $2^{2^n}-1$, (ㄷ) 2^n-1, (ㄹ) 4^n-1

5. 100개의 자연수가 있는데 그 총합이 101101이다. 이 100개의 정의옹근수의 최대공약수의 가능한 최대값은 ( )이다.

(ㄱ) 100, (ㄴ) 101, (ㄷ) 1000, (ㄹ) 1001

6. a는 방정식 $x^2-5x+1=0$의 한 풀이이다. 그러면 a^4+a^{-4}의 1의 자리수는 ( )이다.

(ㄱ) 3, (ㄴ) 5, (ㄷ) 7, (ㄹ) 9

7. 4각형 $ABCD$에서 $AB = CD$이고 $AD\neq BC$ 이다. M, N이 각각 AD, BC의 가운데점이면 AB와 MN의 크기관계는 ( )이다.

(ㄱ) $AB=MN$, (ㄴ) $AB<MN$,

(ㄷ) $AB>MN$ (ㄹ) 우의 세 경우가 모두 가능하다

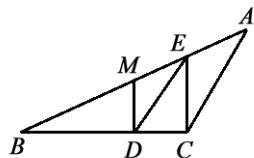
8. 몇개의 지역이 있는데 어느 한 지역에서 적어도 3개의 다른 지역으로 직접 가는 비행기가 있다. 그리고 임의의 한 지역에서 다른 지역까지 최대로 한번 비행기를 갈아타면 갈수 있다. 이렇게 갈수 있는 지역은 최대로 ( )개이다.

(ㄱ) 4, (ㄴ) 7, (ㄷ) 5, (ㄹ) 10

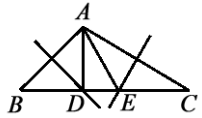
Ⅱ. 채우기문제

1. a, b는 옹근수이고 a를 7로 나눈 나머지는 3, b를 7로 나눈 나머지는 5이다. $a^2>4b$일 때 a^2-4b를 7로 나눈 나머지는 ____이다.

2. $\dfrac{1}{3+\sqrt{3}}+\dfrac{1}{5\sqrt{3}+3\sqrt{5}}+\dfrac{1}{7\sqrt{5}+5\sqrt{7}}+\cdots+\dfrac{1}{49\sqrt{47}+47\sqrt{49}}=$____.

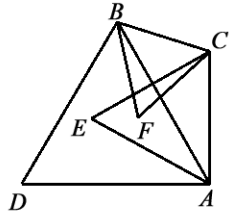
3. 그림의 무딘3각형 ABC에서 $AM = BM$, $MD\perp BC$, $EC\perp BC$이다. $\triangle ABC$의 면적이 24이면 $\triangle BED$의 면적은 _____이다.

4. $x=\frac{\sqrt{n+1}-\sqrt{n}}{\sqrt{n+1}+\sqrt{n}}$, $y=\frac{\sqrt{n+1}+\sqrt{n}}{\sqrt{n+1}-\sqrt{n}}$ (n은 자연수)이다. n = ___일 때 대수식 $19x^2+123xy+19y^2$ 의 값은 1985이다.

5. 어떤 네자리수 N의 앞의 두자리수가 같다. 그리고 그다음 두 자리수 역시 같으며 이 수는 완전두제곱수이다. 그러면 $\sqrt{N}=$______.

6. 그림과 같이 △ABC에서 AB, AC의 수직2등분선은 BC와 D, E에서 사귄다. $\angle BAC+\angle DAE=150^\circ$일 때 $\angle BAC=$ ____이다.

7. 한 6각형의 내각이 모두 120°이다. 이웃한 네변의 길이가 차례로 1, 3, 3, 2이면 이 6각형의 둘레의 길이는 ______이다.

8. 둘레의 길이가 30이고 매 변의 길이가 서로 다른 옹근수인 3각형중에서 합동인것은 ____개이다.

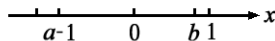
Ⅲ. 풀이문제

1. 그림과 같이 평면우에 있는 3개의 바른3각형 ABD, ACE, BCF가 서로 하나의 공통정점을 가지고있다. 이때 CD와 EF는 서로 2등분한다는 것을 증명하시오.

2. $2n+1$과 $3n+1$이 모두 완전두제곱수이면 n은 40으로 완제된다는것을 증명하시오(n은 자연수).

3. $n\times n(n\geq 2)$개의 네모난 칸이 있는 바른4각형표에서 $n-1$개 칸에 색을 칠한다. 두 행 또는 두 렬을 바꾸면 색을 칠한 3색의 칸이 왼쪽우에서 오른쪽아래의 대각선방향으로 이동한다는것을 증명하시오.

시 험 30

Ⅰ. 선택문제

1. 실수 a, b의 수축우의 대응점을 그림에 표시하였다. 원점은 0이다. 그러면 $\dfrac{a+b}{a-b}$의 값은 (　　)이다.

(ㄱ) 0보다 작다,　　(ㄴ) 0보다 크다,
(ㄷ) 0과 같다,　　(ㄹ) 확정할수 없다

2. 아래에 어떤 학생이 푼 4개의 문제가 있다.

① $6a^{\frac{2}{3}} \times 7a^{\frac{1}{2}} = 42a^{1\frac{1}{6}}$,　　② $(-ax)^6 - (-ax^3) = a^5x^3$,

③ $(-1989^0)^{1989} = -1$,　　④ $\left[(-3)^m\right]^2 = 3^{m^2}$

이 학생이 푼 문제중에서 맞게 푼것은 모두 (　)개이다.

(ㄱ) 1,　(ㄴ) 2,　(ㄷ) 3,　(ㄹ) 4

3. 제형 $ABCD$에서 밑변 $BC=1991$, 웃변 $AD=1989$이다. M은 밑변 BC우에 있고 $S_{\triangle ABM}:S_{제형AMCD}=1:1989$이면 CM의 길이는 (　　)이다.

(ㄱ) 1988,　(ㄴ) 1989,　(ㄷ) 1990,　(ㄹ) 1991

4. x가 무리수이고 $(x-2)(x+6)$이 유리수이면 아래의 결론중에서 정확한것은 (　　)이다.

(ㄱ) x^2은 유리수이다,　　(ㄴ) $(x+6)^2$은 유리수이다,
(ㄷ) $(x+2)(x-6)$은 무리수이다,　(ㄹ) $(x+2)^2$은 무리수이다.

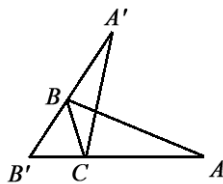
5. 그림의 $\triangle ABC$에서 $\angle A : \angle B : \angle C=3:5:10$이고 $\triangle A'B'C' \equiv \triangle ABC$이면 $\angle BCA' : \angle BCB'$는 (　)과 같다.

(ㄱ) 1:2,　(ㄴ) 1:3,　(ㄷ) 1:4,　(ㄹ) 2:3

6. 한 직3각형의 두 직각변을 빗변우에 사영한 비가 1;4이면 이 두 직각변의 비는 (　)이다.

(ㄱ) $1:\sqrt{2}$,　(ㄴ) 1:2,　(ㄷ) 1:3,　(ㄹ) 1:4

7. 대수식 $(a-1)\sqrt{-\dfrac{1}{a-1}}$에서 뿌리기호밖의 인수를 기호안으로 넣으면 기본식은 (　)이 된다.

(ㄱ) $\sqrt{1-a}$,　(ㄴ) $\sqrt{a-1}$,　(ㄷ) $-\sqrt{a-1}$,　(ㄹ) $-\sqrt{1-a}$

8. $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$, $m\neq 0$이면 아래의 결론중에서 정확한것은 (　　)이다.

(ㄱ) $\frac{a-m}{b}=\frac{c-m}{d}$,　　　　(ㄴ) $\frac{a}{b}=\frac{c+m}{d+m}$,

(ㄷ) $\frac{a}{b}=\frac{\sqrt{c}}{\sqrt{d}}$,　　　　(ㄹ) $\frac{a^2}{b^2}=\frac{c^2}{d^2}$

Ⅱ. 채우기문제

1. 어떤 차의 앞바퀴둘레는 $5\frac{5}{12}$m이고 뒤바퀴둘레는 $6\frac{1}{3}$m이다. 이때 ___m 전진하면 앞바퀴의 회전수가 뒤바퀴의 회전수보다 99회 많아진다.

2. 3개의 부아닌 수 a, b, c는 $3a+2b+c=5$, $2a+b-3c=1$을 만족시킨다. $S=3a+b-7c$의 최대값을 M, 최소값을 m이라고 할 때 M과 m의 적 $M\cdot m$=_____이다.

3. 두개의 볼록다각형의 변의 수들의 합이 17이고 대각선의 수의 합이 47이면 이 두 볼록다각형의 변의 수는 _____이다.

4. a, b를 정의옹근수라고 하면 $\frac{5}{9}<\frac{a}{b}<\frac{4}{7}$일 때 b가 최소로 되는 분수 $\frac{a}{b}$=_______이다.

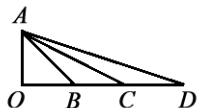
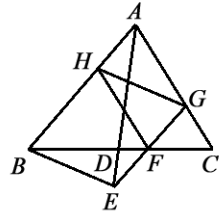
5. a,b,c가 3각형 ABC의 세변의 길이이면 $\sqrt{(a-b-c)^2}+|a+b-c|$ = _____이다.

6. $\frac{\sqrt{m^2+1}+m}{\sqrt{m^2+1}-m}+\frac{\sqrt{m^2+1}-m}{\sqrt{m^2+1}+m}=$____.

7. 변의 길이가 1인 바른3각형의 아낙에 한점 P가 있다. 점 P로부터 매 변까지의 거리를 a, b, c라고 하면 $a+b+c=$_____이다.

8. $\sqrt{30}=5.477$이면 $\sqrt{0.027}$의 값은 _____이다.

Ⅲ. 풀이문제

1. 그림에서 $\angle AOD=90^\circ$이고 $OA=OB=BC=CD$이다. $\triangle BAC\backsim\triangle BDA$임을 증명하시오.

2. 그림에서 AD는 $\triangle ABC$의 가운데선이고 DC의 임의의 한점 F를 지나 AB에 평행인 직선이 AC, AD와 사귀는 점을 G, E라고 하자. 그리고 F를 지나 AC에 평행인 직선이 AB와 사귀는 점을 H라고 하자. 이때 $HG = BE$임을 증명하시오.

3. 3각형의 아낙에 있는 임의의 평행4변형의 면적은 이 3각형면적의 절반을 넘지 않는다는것을 증명하시오.

답과 풀이방법

시 험 1

I. 선택문제

1. (ㄹ)　　임의의 한 평행4변형은 문제에서 설명한 성질을 만족시킨다는것을 증명한다. (ㄱ), (ㄴ), (ㄷ)를 제외하고 (ㄹ)를 선택한다.

2. (ㄴ)　　$12345^2-2345^2=(12345-2345)(12345+2345)=10^4\times 14690=1469\times10^5$,　$n=5$

3. (ㄷ)　　$x^2+mx-12=(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$이다. 이로부터 $\begin{cases}a+b=m\\ ab=-12,\end{cases}$ 그리고 a, b는 옹근수이다. 따라서 수쌍 (a, b)는 아래의 몇가지 형태를 가질수 있다. 즉 $(1,-12)$, $(2, -6)$, $(3, -4)$, $(4, -3)$, $(6, -2)$, $(12, -1)$, $(-1, 12)$, $(-2, 6)$, $(-3, 4)$, $(-4, 3)$, $(-6, 2)$, $(-12, 1)$. 그러면 $a+b$는 ±11, ±4, ±1 즉 6가지 종류가 가능하다. 즉 m값은 모두 6개이다.

4. (ㄱ)　　문제의 의미로부터 $p+q=333$이다. 만일 p, q의 짝홀성이 같다면 $p+q$는 짝수이고 홀수 333이 아니다. 그러므로 p, q는 하나는 홀수, 하나는 짝수이다. 또한 짝수인 씨수는 2개뿐이고 그의 하나의 홀수씨수는 반드시 2보다 크다. $p<q$, 따라서 $p=2, q=331$

5. (ㄷ)　　$\dfrac{n-13}{5n+6}$은 다 약분된 분수가 아니라는데로부터 한개수 $d\in N$ 이 존재한다. $n-13$은 d로 완제되고 $5n+6$은 d로 완제되므로 $[5n+6-5(n-13)]$은 d로 완제된다. 즉 71은 d로 완제되고 71은 씨수, $d>1$이다. 따라서 $d=71$이고 $n-13$은 d로 완제된다. 이로부터 $n-13\geq71, n\geq84$이다.　$n=84$일 때 조건에 맞으므로 n의 최소값은 84이다.

6. (ㄱ)　$x=\dfrac{1}{2!}+\dfrac{2}{3!}+\cdots+\dfrac{n-1}{n!}+\left(\dfrac{1}{2!}+\dfrac{1}{3!}+\cdots+\dfrac{1}{n!}\right)-\left(\dfrac{1}{2!}+\dfrac{1}{3!}+\cdots+\dfrac{1}{n!}\right)=$

$$=1+\frac{1}{2!}+\cdots+\frac{1}{(n-1)!}-\left(\frac{1}{2!}+\frac{1}{3!}+\cdots+\frac{1}{n!}\right)=1-\frac{1}{n!}<1$$

7. (ㄷ)　$2\sqrt{x-3}=x-6$ 이므로 $x_1=4$,　$x_2=12$이다. 검산해보면 $x=12$는 방정식의 유일한 풀이이다.

8. (ㄱ)　$7322=a$라고 하자. $\omega=7321\times7322\times7323\times7324+1=(a-1)\cdot a(a+1)(a+2)+1=(a^2-1)(a^2+2a)+1=a^4+2a^3-a^2-2a+1=(a^2+1\cdot$

$a-1)^2=(a^2+a\ -\ 1)^2=(7322^2+7321)^2$, 즉 $\omega=(7322^2+7321)^2$, ω 는 하나의 두제곱수이다.

Ⅱ. 채우기문제

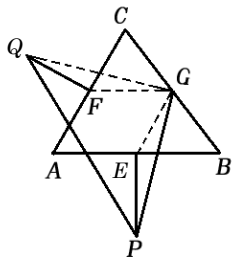
1. $x<\dfrac{3}{5}$ 부등식 $(2a-b)\,x+a-5b>0$의 풀이모임은 $x<\dfrac{10}{7}$ 이므로 $x<\dfrac{5b-a}{2a-b}$ 이다.

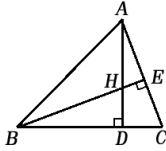
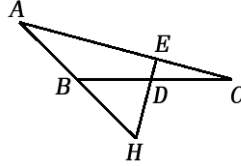
$$\begin{cases} 2a-b<0\cdots\cdots(1) \\ 5b-a<0\cdots\cdots(2) \\ \dfrac{5b-a}{2a-b}=\dfrac{10}{7}\cdots\cdots(3) \end{cases}$$

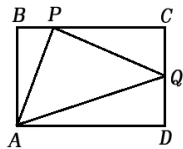
(1), (2)로부터 풀이는 $5b<a<\dfrac{b}{2}$, $b<0$ ⋯⋯(4), (3)으로부터 $\dfrac{b}{a}=\dfrac{3}{5}$ ⋯⋯(5), 다시 (4). (5)로부터 $a<0$를 얻는다. 따라서 부등식 $ax>b$의 풀이모임은 $x<\dfrac{3}{5}$ 이다.

2. 1 베타의 정리로부터 $a+b=1, ab=g$를 얻는다. 이로부터 $a^2+b^2=(a+b)^2-2ab=1-2g$이다. 따라서 주어진 식은 $(a+b)(a^2+b^2-ab)+3ab\,(a^2+b^2)+6\,(ab)^2(a+b)=1-3g+3g\,(1-2g)+6g^2=1$.

3. 2 $\sqrt[3]{10+6\sqrt{3}}+\sqrt[3]{10-6\sqrt{3}}=x$ 라고 하자. 두변을 세제곱하면 $20+3\sqrt[3]{(10+6\sqrt{3})(10-6\sqrt{3})}x=x^3$을 얻는다. 따라서 $x^3+6x-20=0$이므로 $(x^3-8)+(6x-12)=0$, $(x-2)(x^2+2x+10)=0$이다. 방정식 $x^2+2x+10=0$은 실수풀이가 없다. 따라서 $x=2$

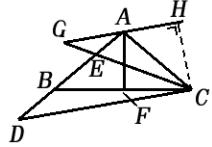
4. $\sqrt{2}$ 그림에서 EG, FG, QG를 각각 맺자. $\triangle FGQ$와 $\triangle EPG$에서 $FG=AE=EP, QF=AF=GE$ 이고 $\angle QFG=\angle GEP=150^\circ$ 이므로 $\triangle FGQ\equiv\triangle EPG$이다. 이로부터 $GQ=GP=1$. 그리고 $\angle FGQ+\angle EGP=180^\circ-150^\circ=30^\circ$, $\angle FGE=\angle A=60^\circ$ 이므로 $\angle PGQ=90^\circ$ 이다. 피타고라스정리로부터 구하면 $PQ=\sqrt{2}$ 이다.

5. 45° 또는 135° 만일 $\triangle ABC$가 뾰족3각형

이라면 $\triangle BDH \equiv \triangle ADC$가 쉽게 증명된다(그림ㄱ)). 그러면 $BD = AD$, $\triangle ABD$는 2등변3각형이다. $\angle ABC = 45^\circ$, 만일 $\triangle ABC$가 무딘3각형이면 그림ㄴ)로부터 $\angle ABC = 135^\circ$을 얻을수 있다. 따라서 $\angle ABC = 45^\circ$ 또는 135°이다.

6. xy=16　　그림에서 $BC = x$cm, $AB = y$cm라고 하자. $S_{\triangle ABP} = 2\text{cm}^2 = \frac{1}{2} y \cdot BP\,\text{cm}^2$로부터 $BP = \frac{4}{y}$cm이다. 그리고 $S_{\triangle ADQ} = 4\text{cm}^2 = \frac{1}{2} x \cdot DQ\ (\text{cm}^2)$로부터 $DQ = \frac{8}{x}$cm이므로 $PC = \left(x - \frac{4}{y}\right)$cm, $CQ = \left(y - \frac{8}{x}\right)$cm이다. 또한 $S_{\triangle PCQ} = 3\text{cm}^2 = \frac{1}{2}\left(x - \frac{4}{y}\right)\left(y - \frac{8}{x}\right)\text{cm}^2$이므로 $\left(x - \frac{4}{y}\right)\left(y - \frac{8}{x}\right) = 6$이다. 따라서 $xy + \frac{32}{xy} - 18 = 0$, 이것을 풀면 $x_1y_1 = 16$, $x_2y_2 = 2$를 얻는다. 여기서 $x_2y_2 = 2$는 문제의미와 맞지 않으므로 버린다. 따라서 직4각형의 면적은 16cm^{2}이다.

7. 1992　498 = 2 · 3 · 83, 4981k이므로 $k = 2^{\alpha} 3^{\beta} \cdot 83^{\gamma}$ (α, β, γ는 모두 자연수)라고 할수 있다. 구하려는 k의 최소값은 명백히 γ=1일 때이다. 그리고 k는 16개의 정의약수를 가지고있으므로 피타고라스정리로부터 $(\alpha+1)(\beta+1)(1+1) = 16$ 즉 $(\alpha+1)(\beta+1) = 8$, α, β는 자연수이고 k값은 최소이므로 $\begin{cases} \alpha+1=4 \\ \beta+1=2 \end{cases}$, $\begin{cases} \alpha=3 \\ \beta=1 \end{cases}$이다. 이때 k의 최소값은 1992이다.

8. 2391　　주어진 방정식의 두개 풀이 $x = \frac{m+1}{3}$, $-\frac{1}{2}$은 쉽게 얻을수 있다. $\frac{3}{5}a$는 옹근수이고 $a = \frac{m+1}{3}$이므로 $\frac{m+1}{5}$은 옹근수이다.

즉 m+1은 5로 완제되며 $-1993 \le \frac{m+1}{3} \le 1993$이다. $-5979 \le m+1 \le 5979$. 따라서 취할수 있는 m은 $\left[\frac{5979}{5}\right] \times 2+1 = 2391$개이다.

Ⅲ. 풀이문제

1. 그림에서 $\angle C$의 2등분선 CE를 그리자. $EG = EA$되게 CE를 연장하고 C를 지나 GA에 그은 수직선과 GA의 연장선과의 사귐점을 H라고 한다. A에서 BC에 그은 수직선의 밀점을 F라고 한다. $AB = AC$, $\angle ACB = 40^\circ$이므로 $\angle BAC = 100^\circ$, $\angle AEC = 60^\circ$, $\angle G=30^\circ$이다. 그러면 $CG = 2CH$이고 $\angle CAH = \angle FAC=50^\circ$, AC는 공통선이다. 따라서 직3각형 $AFC \equiv$ 직3각형 AHC, $CH = CF = \frac{1}{2}BC$, $CE + EA = CG = 2CH = BC$. 그러나 $BC = AD = DE + EA$이다. 이로부터 $CE + EA = DE + EA$ 그러므로 $CE = DE$이고 $\angle AEC = 260^\circ$, $\angle AEC = \angle EDC + \angle ECD = 2\angle ECD$ 즉 $\angle ECD = 30^\circ$. 따라서 $\angle BCD = \angle ECD - \angle ECB = 10^\circ$

2. 이 문제에서 증명하여야 할것은 임의로 주어진 97개의 서로 다른 정의옹근수가운데는 반드시 4개의 수 a_i, a_j, a_r, a_l이 존재하는데 $(a_i - a_j)(a_k - a_l)$이 1984의 배수가 되여야 한다는것이다. 왜냐하면 $1984 = 64\times31$이므로 증명할것은 $(a_i - a_j)(a_k - a_l)$은 각각 64와 31의 배수이여야 한다는것이다. 그리고 97 = 65 + 32에 대하여 다만 주어진 97개의 서로 다른 정의옹근수를 두조 즉 한조는 65개, 다른 한조는 32개로 나눈다. 서랍원리를 리용하여 두조의 수중에서 각각 그것들의 차가 64, 31로 완제되는 두개 수를 찾아낸다. 증명: $1984 = 64\times31$이므로 65개의 서로 다른 정의옹근수 a_1, a_2,$\cdots a_{65}$중에서 적어도 두수는 64로 나눈 나머지가 같다. 그 두수를 $a_1 = 64k_1, +r$, $a_2 = 64k_2 + r$ $(0 \le r < 64)$라고 하면 $(a_1 - a_2)$은 64로 완제될수 있다. a_{66}, a_{67}, $\cdots$, a_{97}의 32개의 서로 다른 정의옹근수가운데서 적어도 두수는 31로 나눈 나머지는 같다. 그것을 $a_{66}=31m_1+r'$, $a_{67}=31m_2+r'$ $(0 \le r < 31)$이라고 하면 $(a_{66} - a_{67})$은 31로 완제될수 있다. 64와 31은 서로 씨수이므로 $(a_1 - a_2)(a_{66} - a_{67})$은 64×31로 완제될수 있다. 이것은 곧 $(a_1 - a_2)(a_{66} - a_{67})$이 1984의 배수라는것이다. 따라서 a_1, a_2, a_{66}, a_{67} 즉 구하려는 4개의 서로 다른 정의옹근수는 존재한다.

3. 만일 덮어씌우는 길이가 1인 선분우의 선분가운데서 하나의

선분이 0.5보다 작지 않다면 즉 얻어진 이 선분의 길이가 0.5보다 작지 않다면 증명할수 있다. 만일 어떤 선분의 길이가 0.5보다 작지 않은것이 없다면 즉 모두 0.5보다 작다면 이런 선분들가운데서 그중 임의의 3개가 교차되지 않는 n개의 선분을 찾는다. 이것들은 길이가 1인 선분을 모두 덮는다. 이 몇개의 선분을 차례로 $L_1, L_2, \cdots, L_n$이라고 하면 n이 짝수일 때 $L_1, L_3, \cdots, L_{n-1}$은 사귀지 않고 $L_2, L_4, \cdots L_7$도 역시 사귀지 않는다. $L_1+ L_2+\cdots+L_n \geq 1$이므로 $L_1+ L_3+\cdots+L_{n-1}$과 $L_2+ L_4+\cdots+L_n$ 두개의 합가운데서 반드시 0.5보다 작지 않은것이 하나 있다. n이 홀수일 때 같은 원리로부터 $L_1+ L_3+\cdots+L_n$과 $L_2+ L_4+\cdots+L_{n-1}$중에 반드시 0.5보다 작지 않은 하나의 합수가 있다는것을 증명할수 있다.

시 험 2

Ⅰ. 선택문제

1. (ㄴ) $\frac{x+y}{x-y}=\frac{5}{2} \Rightarrow 2(x+y)=5(x-y) \Rightarrow 7y=3x \Rightarrow \frac{x}{y}=\frac{7}{3}$

2. (ㄴ) $x \langle 0$이므로 $|x|=-x$. 주어진 식은 $-\frac{x}{x}-\frac{x}{x}=-2$

3. (ㄷ) $\frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1}=3+2\sqrt{2}$, $\therefore$ $a=5, b=6-(3+2\sqrt{2})=3-2\sqrt{2}$ 이므로 $\frac{a+b}{a-b}=\frac{8-2\sqrt{2}}{2+2\sqrt{2}}=-6+5\sqrt{2}$

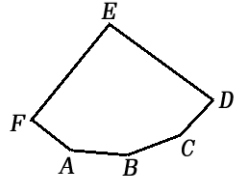
4. (ㄷ) $\angle EAC=2x$, $\angle EAD=5x$ 라고 하자. DE는 AB의 수직2등분선이므로 $EA=EB$, $\angle B=\angle EAD=5x$이다. $\triangle ABC$에서 $2x+5x+5x=90^\circ$, $\therefore$ $x=7.5^\circ$ 이므로 $\angle BAC=7x=52.5^\circ$

5. (ㄱ) $a=2-\sqrt{5}\leq 0$, $b=\sqrt{5}-2>0$, $c=5-2\sqrt{5}>0$ 이므로 a는 최소이다. 이로부터(ㄷ), (ㄹ)는 아니다. $c=5-2\sqrt{5}=\sqrt{5}(\sqrt{5}-2)=\sqrt{5}b$ 이므로 $c \rangle b$, $\therefore$ $c \rangle b \rangle a$.

6. (ㄴ) AE를 맺으면 $\triangle ABE$와 $\triangle ABC$에는 공통정점 A(같은 높이)가 있고 $BE=\frac{1}{3}BC$ 이므로 $S_{\triangle ABE}=\frac{1}{3}S_{\triangle ABC}$ 이다. 같은 원리로부터

$S_{\triangle BDE}=\ \dfrac{2}{3}S_{\triangle ABE}=\dfrac{2}{9}\ S_{\triangle ABC}$, $S_{\triangle ADF}=\dfrac{2}{9}\ S_{\triangle ABC}$, $S_{\triangle BCF}=\dfrac{2}{9}\ S_{\triangle ABC}$ 이다.

$\therefore\ S_{\triangle DEF}=S_{\triangle ABC}-(S_{\triangle BDE}+S_{\triangle ADF}+S_{\triangle ECF})=S_{\triangle ABC}-\dfrac{2}{3}S_{\triangle ABC}=\dfrac{1}{3}S_{\triangle ABC}$, $S_{\triangle ABC}=3$

7. (ㄴ) $\angle A$, $\angle B$, $\angle C$를 모두 무딘각이라고 하자. 그러면 $90^\circ < A < 180^\circ$, $90^\circ < B < 180^\circ$, $90^\circ < C < 180^\circ$ 이다. $270^\circ < A+B+C < 540^\circ$, n각형에서 그 나머지 $n-3$개의 각은 모두 90°보다 작거나 같다. $\angle A+\angle B+\angle C+\cdots+\angle N < 540^\circ+(n-3)\cdot 90^\circ$ 이므로 n각형의 n개 내각의 합은 $(n-2)\cdot 180^\circ$ 이다. 따라서 $(n-2)\cdot 180^\circ < 540^\circ+(n-3)\cdot 90^\circ \Rightarrow n<7$. ∴ 최대값은 6이다.

8. (ㄷ) 문제의 의미로부터 $\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}=\dfrac{1}{2}\cdots\cdots$①, $\dfrac{1}{b}+\dfrac{1}{c}=\dfrac{1}{3}\cdots\cdots$②, $\dfrac{1}{c}+\dfrac{1}{a}=\dfrac{1}{4}\cdots\cdots$③, ①+②+③으로부터 $2\left(\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}+\dfrac{1}{c}\right)=\dfrac{13}{12}$, $\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}+\dfrac{1}{c}=\dfrac{13}{24}\cdots\cdots$④를 얻는다. ④−①로부터 $c=24$, ④−②로부터 $a=\dfrac{24}{5}$, ④−③으로부터 $b=\dfrac{24}{7}$, $\therefore a+b+c=\dfrac{24}{5}+\dfrac{24}{7}+24=\dfrac{1128}{35}$

Ⅱ. 채우기문제

1. -1 $a=1996$이라고 하면 주어진 식은 $\dfrac{a^3+(a+1)\left[(a-1)-a^2\right]}{a^3-(a-1)\left[(a+1)+a^2\right]}$

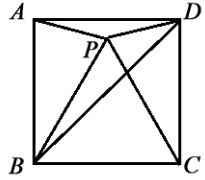
$$=\frac{a^3-(a^3+1)}{a^3-(a^3-1)}=-1$$

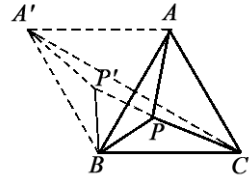
2. 3 $\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}=\dfrac{5}{a+b}$ 이므로 $\dfrac{a+b}{a}+\dfrac{a+b}{b}=5$ 이다. $\therefore \dfrac{b}{a}+\dfrac{a}{b}=3$

3. $\begin{cases}x_1=23\\y_1=1\end{cases}$, $\begin{cases}x_2=2\\y_2=22\end{cases}$ $x+2=u$, $y+3=v$라고 하고 주어진 련립 방정식을 정리하면 $\begin{cases}u+v+\sqrt{uv}=39\cdots\cdots①\\u^2+v^2+uv=741\cdots\cdots②\end{cases}$

②÷①로부터 $u+v-\sqrt{uv}=19\cdots\cdots$③

①, ③으로부터 $\begin{cases} u=25 \\ v=4 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} u=4 \\ v=25 \end{cases}$ $\therefore \begin{cases} x=23 \\ y=1 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=2 \\ y=22 \end{cases}$

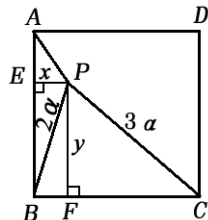
4. $\dfrac{\sqrt{3}-1}{4}$ $\quad S_{\triangle PBD}=S_{BCDP}-S_{\triangle BCD}=S_{\triangle PBC}+S_{\triangle PDC}-$
$S_{\triangle BCD}=\dfrac{\sqrt{3}}{4}+\dfrac{1}{4}-\dfrac{1}{2}=\dfrac{\sqrt{3}-1}{4}$

5. 120 $\quad \sqrt{x}=m,\ \sqrt{y-1}=n,\ \sqrt{z-2}=p$ 라고 하면 $x=m^2, y=n^2+1, z=p^2+2$이다. 이것을 주어진 식에 대입하면
$m+n+p=\dfrac{1}{4}(m^2+n^2+1+p^2+2+9) \Rightarrow (m-2)^2+(n-2)^2+(p-2)^2=0$
을 얻는다. $\therefore$ $m=n=p=2$이므로 $x=4, y=5, z=6, xyz=120$

6. $\sqrt{3}\le l < 2$ $\quad \triangle ABC$를 B점주위로 시계바늘과 반대방향으로 $\triangle A'BA$까지 60° 회전시키면 $\triangle ABP$는 $\triangle A'BP'$의 위치로 회전한다. $A'C$를 맺는다. $A'P'=AP$로부터 $\triangle BPP'$는 2등변3각형이다. 따라서 $BP=BP'=PP'$, $PA+PB+PC=l=A'P'+P'P+PC$는 꺾인선 $A'P'PC$이다.
$\therefore$ $A'C\le l < A'B+BC$이므로 $\sqrt{3}\le l<2$ 이다.

7. $a=1,\ b=-\dfrac{1}{2}$ $\quad$ 방정식의 두변에 2를 곱하면 $(x+2)^2+(x+2a)^2+2(a+ab)^2=0$ 이다.

$\therefore$ $x=-2, a=1, b=-\dfrac{1}{2}$.

8. $x=5, y=2$ $\quad 2^x\cdot 9^y$은 짝수이고 $2^x\cdot 9^y=\overline{2x9y}$ 이므로 y는 짝수이다. 그러나 $y\ge 4$일 때 $9^y\ge 6561$이고 y는 2와 같아야만 하므로 $\overline{2x9y}$는 반드시 9의 배수이다. $2+x+9+2$는 9의 배수이다. x는 10보다 작은 정의옹근수이다. $\therefore$ $x=5$

Ⅲ. 풀이문제

1. P에서 AB, BC에 그은 수직선의 밑점을 각각 E, F라고 한다. $PE=x, PF=y, AB=l$이라고 하면 직3각형 APE에서 $x^2+(l-y)^2=a^2$……①, 직3각형 BPE에서 $x^2+y^2=(2a)^2$……②, 직3각형 PFC에서 $y^2+(1-x)^2$

$=(3a)^2$······③이다. ②－①로부터 $2ly-l^2=3a^2$. 따라서 $y=\frac{l^2+3a^2}{2l}$······
④, ③－②로부터 $l^2-2lx=5a^2$. 이로부터 $x=\frac{l^2+5a^2}{2l}$······⑤, ④, ⑤를
②에 대입하면 $\left(\frac{l^2-5a^2}{2l}\right)^2+\left(\frac{l^2+3a^2}{2l}\right)^2=4a^2$ 이다. ∴ $l^4-10a^2l^2+17a^4=0$, $l^2=(5\pm 2\sqrt{2})a^2$, $a>0$, $l^2>5a^2$ (⑤로부터 알수 있다), 따라서 $l^2=(5+2\sqrt{2})a^2$, $l=\sqrt{5+2\sqrt{2}}a$

2. 주어진 $2n$명중 임의로 서로 모르는 A, B 두사람을 선택하고 나머지 $2n-2$명중에서 A, B는 적어도 n명을 안다. 서랍원리에 근거하여 $2n-2$명가운데는 적어도 두명 즉 C와 D는 A, B와 모두 아는 사람이다.

이로부터 $A-C-B-D$순서로 앉아야 한다.

시 험 3

Ⅰ. 선택문제

1. (ㄴ) 등식의 오른쪽이 $x>a>y$임을 아는 조건에서 이것을 왼쪽에 대입하면 $a\geq 0$, $a\leq 0$. 그러므로 $a=0$. 이것을 대입하면 $x=-y$를 얻을수 있다. 따라서 구하려는 값은 $\frac{1}{3}$이다.

2. (ㄹ) 주어진 방정식 즉 $|x|^2-|x|-1=0$ 을 풀면 $|x|=\frac{1\pm\sqrt{5}}{2}$ 이다. 여기서 부수값을 버리면 $x=\pm\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ 을 얻는다.

3. (ㄱ) $100!=1\times 2\times 3\times\cdots\times 100$의 씨인수분해중에서 2인자는 $\left[\frac{100}{2}\right]+\left[\frac{100}{2^2}\right]+\cdots+\left[\frac{100}{2^7}\right]=50+25+12+6+3+1=97$ 개 있다. 그중 $[x]$는 x보다 크지 않는 최대옹근수를 표시한다. 즉 x의 옹근수부이다. 3인자는 $\left[\frac{100}{3}\right]+\left[\frac{100}{3^2}\right]+\cdots+\left[\frac{100}{3^4}\right]=33+11+3+1=48$개 있다. 따라서 $100!=2^{97}, 3^{48}A$, 따라서 $100!=12^{48}(2A)$, $M=2A, 21M, 31M$

4. (ㄷ)　$PQ=x$라고 하면 $OR=x, BP=\frac{6}{x}, QC=\frac{2}{x}$를 알수 있다. $S_1=S_3$이므로 $\triangle AOR$의 OR변우의 높이는 $QC=\frac{2}{x}$와 같다. $\triangle ABC$의 BC변우의 높이는 $x+\frac{2}{x}$이다. $\triangle AOR \backsim \triangle ABC$이므로 $\frac{2}{x}:\left(x+\frac{2}{x}\right)=x:\left(x+\frac{8}{x}\right)$이다. 이로부터 $x^4=16$, $\therefore\ x=2$

5. (ㄹ)　$x < y < 0$ 이면 $|x|<|y|$, $|y|=\sqrt{|y|^2}<\sqrt{|x|\cdot|y|}=\sqrt{xy}$

6. (ㄹ)　$-3ab=(a-b)^2-\frac{(a^3-b^3)}{a-b}=x^3-19x^2=-18x^2$ 즉 $\begin{cases} ab=6x^2 \\ a-b=x \end{cases}$

7. (ㄴ)　$\triangle ABC$, $\triangle BFC$, $\triangle BEC$, $\triangle BHE$, $\triangle ABH$, $\triangle AHC$, $\triangle ABE$

8. (ㄷ)　$y=(x^2+1)^2+2x(x^2+1)+x^2-x^2=(x^2+1+x)^2-x^2=(x+1)^2(x^2+1)$

Ⅱ. 채우기문제

1. 90°　$(180^\circ-\alpha)-(90^\circ-\alpha)=180^\circ-\alpha+90^\circ+\alpha=90^\circ$

2. $-6+\sqrt{35}$　$\frac{\sqrt{5}-\sqrt{7}}{\sqrt{5}+\sqrt{7}}=\frac{(\sqrt{5}-\sqrt{7})^2}{5-7}=\frac{12-2\sqrt{35}}{-2}=-6+\sqrt{35}$

3. $\frac{1-\sqrt{5}}{2}$　$\sqrt{x+1}=-x$, $x+1=x^2$, $x=\frac{1\pm\sqrt{5}}{2}$ 이것을 검산하면 $x=\frac{1-\sqrt{5}}{2}$이다.

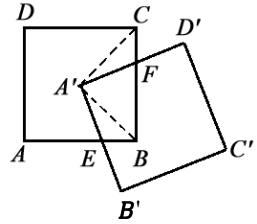
4. $(x+y)(x^2+xy+y^2)$　조를 묶어 인수분해한다.

5. $-\frac{3}{2}$　$a(x-1)^2+b(x-1)+c=2x^2-3x-1$. 같은 항을 리용하여 풀이를 구한다.

6. 4　　7. $2\sqrt{3}$　　8. 70

Ⅲ. 풀이문제

1. 1부터 354까지의 자연수로 177개의 조를 만든다. 즉 (1, 178), (2, 179), (3, 180), ⋯, (177, 354). 이런 조가운데서 임의의 한조안에 있는 두수의 차는 177이다. 1~354중에서 임의의 178개의 수를 취한다. 즉 이 177개 조중에서 178개의 수를 취한다. 따라서 적어도 두수는 같은 조에서 나오는데 따라서 두수의 차도 역시 177인것이 있다. 이로부터 임의로 취한 178개의 수가운데는 반드시 2개수가 있고 이것들의 차는 177이라는것을 알수 있다.

2. 그림에서 겹친 부분의 면적 $S_{A'EBF}$는 일정한 값이다. $A'B$, $A'C$ 를 각각 맺으면 A'가 바른4각형$ABCD$의 중심이라는데로부터 $A'C = A'B = \frac{\sqrt{2}}{2}AB$, $\angle A'CF = 45^\circ$ 이라는것을 알수 있다. 그리고 $A'B'$와 $A'B$가 겹칠 때 반드시 $A'D'$와 $A'C$는 겹친다. 그러므로 $\angle EA'B = \angle FA'C$이다. $\triangle A'FC$와 $\triangle A'EB$에서 $A'C = A'B$, $\angle A'BE = \angle A'CF$, $\angle EA'B = \angle FA'C$이므로 $\triangle A'FC \equiv \triangle A'EB$,

$\therefore$ $S_{A'EBF} = S_{\triangle A'BC}$이고 $S_{\triangle A'BC} = \frac{1}{2}A'B \times A'C$ (바른4각형 대각선들은 서로 수직이다.) $= \frac{1}{2}\left(\frac{\sqrt{2}}{2}AB\right)^2 = \frac{1}{4}(AB)^2$ 이다. $\therefore$ 두개의 바른4각형이 겹친 부분의 면적은 반드시 일정한 값이다.

3. 가능한 네자리수는 9개 있다. 즉 1990, 1909, 1099, 9091, 9109, 9910, 9901, 9019, 9190

그중 $1990 = 7\times284+2$, $1909 = 7\times272+5$, $1099 = 7\times157$, $9091 = 7\times1298 + 5$, $9109 = 7\times1301+2$, $9910 = 7\times1415+5$, $9901 = 7\times1414+3$, $9019 = 7\times1288 + 3$, $9190 = 7\times1312 + 6$. 즉 그것들을 7로 나눈 나머지는 각각 2, 5, 0, 5, 2, 5, 3, 3, 6이다. 즉 나머지는 0, 2, 3, 5, 6인 5개뿐이고 거기에 1, 2, 3을 더하면 모두 나머지가 1로 된다. 실례로 $0 + 1$, $6 + 2$, $5 + 3$을 7로 나눈 나머지는 모두 1이다. 그리고 4를 더하여 얻어진 수 4, 6, 7, 9, 10들은 7로 나눈 나머지가 1이 아니다. 그러므로 4는 최소의 n이다. 또한 5, 6을 더하고 7로 나누면 그 나머지는 1이다. 7을 더하여 얻어진 수 7, 9, 10, 12, 13은 7로 나눈 나머지가 1이 아니다. 그러므로 7은 차수가 작은 n이다. 즉 $n_1 = 4$, $n_2 = 7$, $\therefore$ $n_1 \times n_2 = 4\times7 = 28$

시 험 4

Ⅰ. 선택문제

1. (ㄴ) $x = \frac{1}{x}$이므로 $x = \pm1$이다. 그리고 $x-1\neq0$이므로 $x\neq1$이다. 주어진 식은 $\frac{(x-1)(x+3)}{x-1}\times\frac{x^2-3x+1}{x+3} = x^2-3x+1$, $x=-1$을 대

입하면 5이다.

2. (ㄷ) $2^{3^4}=(2^3)^4=(2)^{3^4}=2^{81}$이고 2^{3^4}의 값은 하나로 확정된다.

3. (ㄷ) $a<b$이므로 $x+a〈x+b$이고 $(x+a)^3(x+b)〈0$이므로 $x+a〈0, x+b〉0$이다. 따라서 주어진 식은 $-(x+a)\cdot\sqrt{-(x+a)(x+b)}$

4. (ㄷ) 주어진 식은 $\frac{ab+bc+ac}{abc}=\frac{ab+ac+bc}{8}$ 따라서 이 식의 부호는 $ab+bc+ac$의 부호로 취한다. $a+b+c=0$으로부터 $a^2+b^2+c^2+2(ab+bc+ac)=0$ 이다. 여기서 $a^2+b^2+c^2〉0$이므로 $ab+bc+ac〈0$이다.

5. (ㄴ) $$\frac{\sqrt{xy}+y}{x-y}-\frac{\sqrt{xy}-y}{x-y}=\frac{2y}{x-y}=\frac{2\cdot\frac{1}{5}}{\frac{1}{3}-\frac{1}{5}}=3$$

6. (ㄹ) 주어진 식과 같은 부호를 취하면 $\frac{x+3}{x-1}\geq 0$. 이것을 풀면 $x〉1$ 또는 $x\leq -3$이다. 주어진 식과 다른 부호를 취하면 $\frac{x+3}{x-1}<0$. 이것을 풀면 $-3〈x〈1$이다. ∴ 부등식의 풀이모임은 $x\neq 1$인 모든 실수이다.

7. (ㄹ) $$\frac{\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{100}\right)-2\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{6}+\cdots+\frac{1}{100}\right)}{\frac{1}{100\cdot102}+\frac{1}{100\cdot104}+\cdots+\frac{1}{100\cdot200}}$$
$$=\frac{\left(1+\frac{1}{2}+\cdots+\frac{1}{100}\right)-2\cdot\frac{1}{2}\left(1+\frac{1}{2}+\cdots+\frac{1}{50}\right)}{\frac{1}{200}\left(\frac{1}{51}+\frac{1}{52}+\cdots+\frac{1}{100}\right)}=200$$

8. (ㄱ) $2+\sqrt{2}<4$이므로 $\sqrt{2+\sqrt{2}}<2$이다.
$$\sqrt[3]{\frac{2-\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2}}}}{4-\left(2+\sqrt{2+\sqrt{2}}\right)}}=\sqrt[3]{\frac{2-\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2}}}}{2^2-\left(\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2}}}\right)^2}}=\sqrt[3]{\frac{1}{2+\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2}}}}},$$

$\sqrt[3]{\frac{1}{4}}=\sqrt[3]{\frac{1}{2+\sqrt{2+\sqrt{2}}}}$ ∴ 주어진 식＞0

Ⅱ. 채우기문제

1. $\frac{1}{3}$ $\frac{a+b+c}{(b+2c)+(c+2a)+(a+2b)}=k$, 즉 $k=\frac{1}{3}$

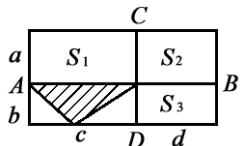
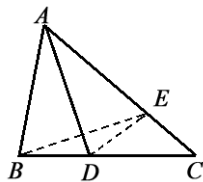
2. $-\frac{1}{2}$ 또는 4 ; $\frac{1}{2}$ 또는 5 $x^2-2xy-8y^2=0 \Rightarrow (x+2y)(x-4y)=0 \Rightarrow$ $\frac{x}{y}=-\frac{1}{2}$ 또는 $\frac{x}{y}=4$, $\frac{x}{y}=-\frac{1}{2}$일 때 $\frac{x+y}{y}=\frac{1}{2}$, $\frac{x}{y}=4$일 때 $\frac{x+y}{y}=5$

3. $\frac{1}{AA'}+\frac{1}{BB'}=\frac{1}{CC'}$ $\frac{CC'}{AA'}=\frac{BC}{BA}, \frac{CC'}{BB'}=\frac{AC}{AB} \Rightarrow \frac{CC'}{AA'}+\frac{CC'}{BB'}=\frac{CB}{AB}=$ $\frac{AC}{AB}=1$

4. 4 $\sqrt{39-\sqrt{432}}=\sqrt{39-12\sqrt{3}}=6-\sqrt{3}$, ∴$a=4$, $b=2-\sqrt{3}$, ∴$\frac{11}{a+b}+\frac{11}{a+4-b}=\frac{11}{6-\sqrt{3}}+\frac{11}{4+4-2+\sqrt{3}}=4$

5. $\frac{1}{6}$ $a^2+b^2+c^2+2(ab+bc+ca)=1$이므로 $ab+bc+ca=-\frac{1}{2}$. 또한 $a^3+b^3+c^3-3abc=(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ac)$, ∴ $3abc=\frac{1}{2}$

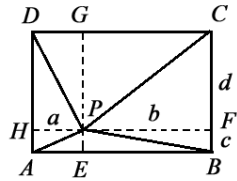
6. 80° AC우에서 $AE=AB$되게 자른 점을 E라고 하고 BE와 DE를 각각 맺으면 $\angle BAC=60^\circ$이다. ∴$\triangle ABE$는 2등변3각형이다. $\angle ABE=\angle AEB=60^\circ$, 이로부터 $\triangle ABD\equiv\triangle AED$를 증명할수 있다. ∴$BD=DE$, $EC=AC-AE=BD$ 즉 $\triangle BDE$와 $\triangle DEC$는 모두 2등변3각형이다. $\angle EBD=\angle BED=y$, $\angle EDC=\angle ECD=x$라고 하면 3각형의 외각의 정리로부터 $x=2y$ ……①, $x+y=60^\circ$ ……②를 알수 있다. ∴ $y=20^\circ$, $\angle B=60^\circ+y=60^\circ+20^\circ=80^\circ$

7. $\frac{10}{3}$ 작은 직4각형의 변들의 길이를 a, b, c, d라고 하면 $S_1=ac=8$, $S_2=ad=6$, $S_3=bd=5$

$\therefore S_1 \cdot S_2 = abcd = 40$ 그리고 $ad = 6$, $\therefore$ $bc = \dfrac{40}{6} = \dfrac{20}{3}$, $\dfrac{1}{2}bc = \dfrac{1}{2} \cdot \dfrac{20}{3} = \dfrac{10}{3}$

즉 사선친 3각형의 면적은 $\dfrac{10}{3}$이다.

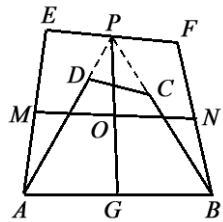
8. $-\dfrac{1}{2}$, -3, $\dfrac{9}{2}$ 통분하여 다항식이 항상 같다는것을 리용하여 방정식을 풀면 된다.

Ⅲ. 풀이문제

1. 그림에서 보조선을 첨가하고 $AE = a$, $EB = b$, $BF = c$, $FC = d$라고 하면 $1^2 + 2^2 + 3^2 + PD^2 = 2(a^2 + b^2 + c^2 + d^2) = 2(PD^2 + 2^2) \Rightarrow PD^2 + 14 = 2PD^2 + 8 \Rightarrow PD^2 = 14 - 8 = 6$

2. $x + y + z + 1 = \sqrt{x+y+z+1} + 6 \Rightarrow \left(\sqrt{x+y+z+1} - 3\right)\left(\sqrt{x+y+z+1} + 2\right) = 0$. $\therefore$ $\sqrt{x+y+z+1} = -2$일 때 풀이는 없다

$\sqrt{x+y+z+1} = 3$일 때 $x+y+z = 8$ 그리고 $\dfrac{x}{2} = \dfrac{y}{3} = \dfrac{z}{4} = \dfrac{x+y+z}{2+3+4}$

$\Rightarrow \dfrac{x}{2} = \dfrac{y}{3} = \dfrac{z}{4} = \dfrac{8}{9}$ $\therefore$ $x = 1\dfrac{7}{9}$, $y = 2\dfrac{2}{3}$, $z = 3\dfrac{5}{9}$

3. 그림에서 M, N을 AE, BF의 가운데점, G를 AB의 가운데점, O를 가운데선 PG의 가운데점이라고 하면 G, N, P, M은 각각 4각형 $ABFE$의 네 변의 가운데점이다. 이로부터 4각형 $GNPM$은 평행4변형이다. 따라서 대각선 PG, MN은 서로 2등분한다. 즉 MN은 반드시 PG의 가운데점 O를 지난다. 따라서 MN은 정해진 점을 지난다.

시 험 5

Ⅰ. 선택문제

1. (ㄷ) $\begin{cases} |a-b| = 1 \\ ab = 0 \end{cases}$ 으로부터 $(1, 0), (0, 1)$, $\begin{cases} |a-b| = 0 \\ ab = 0 \end{cases}$ 로부터 $(1, 1)$

2. (ㄴ) x_0을 방정식의 풀이라고 하면 $ax_0^2 + bx_0 + c = 0$이므로

$(2ax_0+b)^2=4a^2x_0^2+4abx_0+b^2=4a(ax_0^2+bx_0+c)+b^2-4ac=b^2-4ac$

3. (ㄹ) $x^2-13x+1=0$으로부터 $x\neq 0$이므로 $x+x^{-1}=13$, $x^2+x^{-2}=13^2-2=167$, $x^4+x^{-4}=167^2-2$ 따라서 x^4+x^{-4}의 1의 자리수는 $9-2=7$이다.

4. (ㄴ) $CD=1$이라고 하면 $FA=AB=2$ 이로부터 $BC=\frac{1}{2}AB=1$이 쉽게 증명된다. 이로부터 $FE=FB=AC=\sqrt{3}$을 얻는다. $\triangle ABF\backsim\triangle FBE$이므로 $AB:BF=BF:BE$ 이로부터 $BE=\frac{BF^2}{AB}=\frac{3}{2}$, $AE=\frac{1}{2}$ 따라서 $AE:EB=1:3$

5. (ㄴ) ①: 반드시 $x_1+x_2+\cdots+x_5\leq 110$이다. 아니면 $x_1+x_2+\cdots+x_5>110$이라고 할 때 $x_5\geq 25$이다. 이로부터 $x_6\geq 26$, $x_7>27$, $x_8\geq 28$, $x_9\geq 29$ 이로부터 $x_1+x_2+\cdots+x_9>220$ 이것은 가정과 모순된다. ②: 만일 $x_1=20$, $x_2=21$, $x_3=22$, $x_4=23$, $x_5=24$로 취하면 $x_1+x_2+\cdots+x_5=110$이므로 $x_1+x_2+\cdots+x_5$이 최대값을 취할 때 x_1의 최대값은 20이다. ③: 만일 $x_6=26$, $x_7=27$, $x_8=28$, $x_9=29$이면 $x_6+x_7+x_8+x_9=110$이므로 $x_1+x_2+\cdots+x_9$이 최대값을 취할 때 x_9의 최소값은 29이다. 이로부터 x_9-x_1의 최소값은 $29-20=9$이다.

6. (ㄱ) $3^{1991}=(3^4)^{497}\cdot 3^3=81^{497}\cdot 3^3$이므로 반드시 81^{497}과 1991^3의 1의 자리수는 모두 1이다. 그러므로 3^{1991}의 1의 자리수는 7이다. 주어진 식의 값의 1의 자리수는 8이다.

7. (ㄷ) 문제에서 매개 평행4변형의 수평인 두변을 4개중 임의로 2개로 선택하자. 그러면 모두 6가지 선택법이 있다. 같은 원리로부터 빗변에도 역시 6가지 선택법이 있다. 그러므로 모두 $6\times 6=36$개의 평행4변형이 있다.

8. (ㄴ) 쉽게 알수 있다. 동시에 출현하는 두렬의 수중에 있는 수는 1, 11, 21, ⋯, 1991 모두 200개의 수가 있다.

Ⅱ. 채우기문제

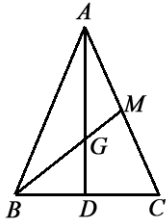
1. 63 시계종이 7번 칠 때 6개 간격이 생긴다. 소비시간 42s, 매개 사이간격에서 7s 소비, 10번 칠 때 9개 간격이 생기므로 소비시간 63s.

2. $3.14<\pi<\frac{355}{113}<3.1416<\frac{22}{7}$

3. $\frac{2}{27775}$ $0.1991-0.1991=0.199191-0.199119=0.000072$,

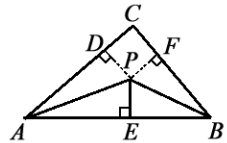
$\dfrac{72}{999900}=\dfrac{2}{27775}$

4. 45　　1호방은 적어도 9차 시험해야 맞는 열쇠를 찾을수 있다. 2호방은 나머지 9개 열쇠중에서 적어도 8차 시험해야 찾을수 있다. 같은 방법으로 추리하면 적어도 9+8+⋯+1= 45차 시험해야 자기 방들의 열쇠를 찾을수 있다.

5. 144cm^2　　그림과 같이 △ABC에서 $AB = AC$, $AD\perp BC$, $AM = MC$라고 하면 $AD = 18\text{cm}$, $BM = 15\text{cm}$ 그리고 AD와 BM은 G에서 사귄다고 하면 G는 △ABC의 무게중심이다. 따라서 $CD =\dfrac{1}{3}AD = 6\text{cm}$, $BG = \dfrac{2}{3}BM = 10\text{cm}$, ∴ $BD = 8\text{cm}$ 이로부터 $S_{\triangle ABC}= \dfrac{1}{2}BC\cdot AD =144\text{cm}^2$

6. $\sqrt{3}-\sqrt{2}$　　$\dfrac{\sqrt{1+x^2+x^4}-\sqrt{1+x^4}}{x}=\dfrac{x}{\sqrt{1+x^2+x^4}+\sqrt{1+x^4}}=$

$\dfrac{x}{|x|\left(\sqrt{x^2+\dfrac{1}{x^2}+1}+\sqrt{x^2+\dfrac{1}{x^2}}\right)}=\dfrac{x}{|x|\left[\sqrt{\left(x-\dfrac{1}{x}\right)^2+3}+\sqrt{\left(x-\dfrac{1}{x}\right)^2+2}\right]}$

따라서 $x=\dfrac{1}{x}>0$일 때 웃식이 취할수 있는 최대값은 $\dfrac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}=\sqrt{3}-\sqrt{2}$

7. 3　　그림에서 P에서 AC, AB, BC에 각각 수직선을 긋고 그 사귐점들을 D, E, F라고 하면 $CD=CF=\dfrac{1}{2}(AC+BC-AB)=\dfrac{1}{2}(5-\sqrt{13})$, $AD=AC-CD=\dfrac{1}{2}(\sqrt{13}+1)$, $BF=BC-CF=\dfrac{1}{2}(\sqrt{13}-1)$ 그러므로 $AE\cdot EB=AD\cdot BF=3$

8. $2\sqrt{5}$　　$\dfrac{1}{a}-\dfrac{1}{b}-\dfrac{1}{a+b}=0$이므로 $\dfrac{a+b}{a}-\dfrac{a+b}{b}=1$

즉 $\dfrac{b}{a}-\dfrac{a}{b}=1$ 그리고 $\dfrac{b}{a}+\dfrac{a}{b}=\sqrt{\left(\dfrac{b}{a}-\dfrac{a}{b}\right)^2+4\dfrac{b}{a}\cdot\dfrac{a}{b}}=\sqrt{5}$

따라서 $\left(\frac{b}{a}\right)^3+\left(\frac{a}{b}\right)^3=\left(\frac{b}{a}+\frac{a}{b}\right)^3-3\frac{b}{a}\cdot\frac{a}{b}\left(\frac{b}{a}+\frac{a}{b}\right)=(\sqrt{5})^3-3\sqrt{5}=2\sqrt{5}$

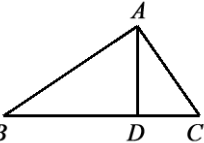
Ⅲ. 풀이문제

1. $\frac{x}{y}=\frac{m}{n}=k\neq 0$이라고 하면 $x=ky$, $m=nk$ 그리고 $x+n=ky+n$……①, $y+m=y+nk$ ……②, ①－②로부터 $(x+n)-(y+m)=(k-1)(y-n)$을 얻는다. $k<1, y-n<0$이므로 $(k-1)(y-n)>0$ 즉 $x+n>y+m$

2. $(7n+6)-(4n+5)=3n+1$, $(4n+5)-(3n+1)=n+4$, $(3n+1)-2(n+4)=n-7$, $(n+4)-(n-7)=11$로부터 $n-7$이 11로 완제될 때 11은 $7n+6$, $4n+5$의 최대공통약수이다. 그리고 11은 씨수이므로 $7n+6$, $4n+5$의 약수는 1보다 큰 11뿐이다. $n-7=11k$ (k는 옹근수)라고 하면 $0<n<50$으로부터 $-\frac{7}{11}<k<\frac{43}{11}$을 얻을수 있다. ∴ $k=0, 1, 2, 3$일 때 조건을 만족시키는 값은 각각 7, 18, 29, 40이다.

3. 원래 병사 $8x$명 있었다고 하자. 이미 알고있는것으로부터 $8x+120$과 $8x-120$은 모두 옹근두제곱수이다. 이로부터

$$\begin{cases}8x+120=m^2\cdots\cdots① \\ 8x-120=n^2\cdots\cdots②\end{cases}$$

(m, n은 정의옹근수). ①－②로부터 $m^2-n^2=240$ 즉 $(m+n)(m-n)=240$, ①, ②로부터 m, n은 4로 완제된다는것을 알수 있다. 그러므로 $m+n$과 $m-n$은 4로 완제될수 있다. 이로부터 (1) $\begin{cases}m+n=60 \\ m-n=4,\end{cases}$ (2) $\begin{cases}m+n=20 \\ m-n=12,\end{cases}$ (1)로부터 $m=32, n=28$이므로 $8x=32^2-120=904$, (2)로부터 $m=16, n=4$이므로 $8x=16^2-120=136$이다.

시 험 6

Ⅰ. 선택문제

1. (ㄹ) $\frac{2}{1-\sqrt{3}}+\frac{2}{1+\sqrt{3}}=\frac{4}{1-3}=-2$

2. (ㄴ) $AD^2=BD\cdot CD$로부터 $2AD^2=2BD\cdot CD$이다. $BD^2+CD^2+2AD^2=BD^2+CD^2+2BD\cdot CD$, $(BD^2+AD^2)+(AD^2+CD^2)=(BD+CD)^2$ 즉 $AB^2+AC^2=BC^2$, ∴ $\angle BAC=90^\circ$

3. (ㄱ) 이 35개의 련이은 자연수의 최소 n^2, 최대 $(n+1)^2-1$

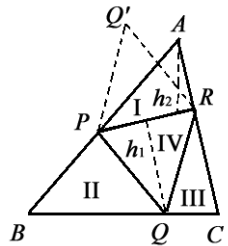
이라고 하면 $(n+1)^2-n^2=35$ 즉 $2n+1=35$, $n=17$

4. (ㄹ) 만일 아래의 조건을 만족시키는 6개의 옹근수 $a_1, a_2, \cdots, a_6$이 있다고 하자: ① $a_1+a_2+a_3+\cdots+a_6=20$; ② $a_1 \le a_2$, $a_1+a_2 \le a_3$, $a_2+a_3 \le a_4$, $a_3+a_4 \le a_5$, $a_4+a_5 \le a_6$; ③ $a_1+a_2+a_3+a_4+a_5 > a_6$ 그러면 이 $a_1, a_2, \cdots a_6$을 변길이로 하는 6각형이다. 즉 요구에 맞는다. 임의로 선택한 3개의 옹근수 $a_i, a_j, a_k (1 \le i < 3 < k \le 6)$에 대하여 반드시 $a_i+a_j \le a_k$가 있다. 이 6각형의 임의의 세변은 하나의 3각형을 구성할수 없다. $a_1=a_2=1$. $a_3=2$, $a_4=a_3$, $a_5=5$, $a_6=8$로 취하면 $a_1, a_2, \cdots, a_6$은 모두 조건을 만족시킨다. 이러한 6각형은 적어도 하나 있으며 n각형$(n \le 4)$의 불안정성으로부터 이런 6각형은 무한개있다는것을 알수 있다.

5. (ㄹ) 재작년생산총액을 m이라고 하면 작년생산총액은 $m(1+a\%)$, 재작년에는 작년에 비해 $m(1+a\%)-m=m \cdot a\%$적다. 이 생산액의 차는 작년의 $\dfrac{m \cdot a\%}{m(1+a\%)}=\dfrac{a}{100+a}$를 차지한다.

6. (ㄷ) A고뿌에서 aml의 붉은색잉크를 덜어서 B고뿌에 넣은 후 B고뿌에 포함된 붉은색잉크의 비률은 $\dfrac{a}{m+a}$이고 B고뿌에 포함된 푸른색잉크의 비률은 $\dfrac{m}{m+a}$이다. 다시 B고뿌에서 aml의 혼합잉크를 덜어서 A고뿌에 넣으면 B고뿌에 포함된 붉은색잉크의 량은 $a-a \cdot \dfrac{a}{m+a}=\dfrac{ma}{m+a}ml$……①, B고뿌에서 감소된 푸른색잉크의 량은 $a \cdot \dfrac{m}{m+a}=\dfrac{ma}{m+a}ml$……②이다. ①, ②식은 같다.

7. (ㄷ) $\triangle ABP$와 $\triangle ABC$에서 PA^2을 얻고 다시 $PB \cdot PC$를 계산하면 $PA^2-PB \cdot PC > 0$이다.

8. (ㄴ) 그림에서 4개 부분으로 나누면 S_{II}, S_{III}, S_{IV}는 모두 $\dfrac{1}{2} \times |x| = \dfrac{1}{2}$ 보다 크지 않다. 그리고 $S_{\text{I}} \le S_{\text{IV}} \le \dfrac{1}{2}$을 증명할수 있다. 그러므로 $S_{\triangle ABC} \le 2$, $AB=AC=2$일 때 $\angle A=90^\circ$, $S_{\triangle ABC}=2$

Ⅱ. 채우기문제

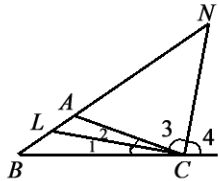
1. 24

2. 0

3. 120

4. $\frac{1991}{1992}$ $a=1, b=2$이므로 $\frac{1}{ab}+\cdots+\frac{1}{(a+1990)(b+1990)}=\frac{1}{1\cdot 2}$ $+\cdots+\frac{1}{1991\cdot 1992}=\left(1-\frac{1}{2}\right)+\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)+\cdots+\left(\frac{1}{1991}-\frac{1}{1992}\right)=\frac{1991}{1992}$

5. 3 그림에서 $\angle NLC = \angle B + \angle 1 = \angle CAB - 90^\circ + \angle 1 = \angle CAB - \angle 3 = \angle N$ 따라서 $NC=LC=3$

6. $C < 0$ 또는 $C \geq 2\sqrt[3]{4}$ $a+b=-c,\ ab=\frac{8}{C}$ 이므로 a, b는 방정식 $x^2+cx+\frac{8}{c}=0$의 두 실수 풀이이다. 왜냐하면 $\triangle = c^2-\frac{32}{c}\geq 0$ 즉 $c<0$ 또는 $\begin{cases} c>0 \\ c^3 \geq 32 \end{cases}$

7. 135

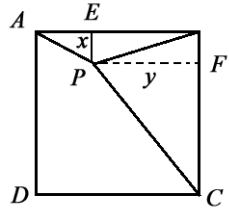
8. 1

Ⅲ. 풀이문제

1. 두 차 A, B이고 A차는 x통의 기름을 소비해야 출발지로 돌아온다고 하자. A차는 돌아오는데 소비되는 x통의 기름을 내놓고 그 나머지 $(24-2x)$통의 기름을 B에게 넘겨준다. 차 B는 계속 전진한다. 이때 차 B에는 $(24-2x)+(24-x)=48-3x$통의 기름이 있다. 문제의 의미로부터 $48-3x\leq 24$이다. 따라서 $x\geq 8$. A, B차가 갈라진 후 B가 전진한 거리는 $\frac{(24-2x)+(24-2x)}{2}\cdot 60=30(48-4x)$ km. 대수식 $30(48-4x)$로부터 x의 값이 작아질 때 대수식의 값은 커진다는것을 알수 있다. $x\geq 8$이므로 $x=8$일 때 최대값 $30(48-4\times 8) = 480$km를 얻는다. 이로부터 B가 간 거리는 $2(60\times 8+480)=1920$km이다.

2. 시험시작시간과 점심시간을 각각 t, T(시간단위)라고 하면 문제의미로부터 $\begin{cases} T-2\geq 0 \\ t+1.5\geq 10 \end{cases}$ 즉 $\begin{cases} T\geq 12 \cdots\cdots ① \\ t\geq 8.5 \cdots\cdots ② \end{cases}$ 이고 하나의 같은 부호를 가지고 성립한다.

$\begin{cases} T-2.5\le 10 \\ t+1\le 10 \end{cases}$ 즉 $\begin{cases} T\le 12.5\cdots\cdots③ \\ t\le 9\cdots\cdots④ \end{cases}$ 이고 하나의 같은 부호를 가지고 성립한다. 만일 $T=12$이면 ③은 성립하고 ④도 같은 부호로 성립한다. 즉 $t=9$ 이것도 역시 ②를 만족시킨다. 만일 $t=8.5$이면 ④가 성립하고 ③도 같은 부호로 성립한다. 즉 T = 12.5이다. 이것 역시 ①을 만족시킨다. 종합하면 시험시작시간과 점심시작시간은 각각 9h, 12h 또는 8h 30min, 12h 30min이다.

3. 그림에서 P에서 AB, BC에 수직선을 긋고 그 밑점을 각각 E, F라고 하자. 바른4각형의 변길이를 a, $PE=x$, $PF=y$라고 하면 피타고라스정리로

부터 $\begin{cases} a=AB=\sqrt{5^2-x^2}+y\cdots\cdots① \\ a=BC=\sqrt{13^2-y^2}+x\cdots\cdots② \\ x^2+y^2=8\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots③ \end{cases}$ 을 얻는다.

①, ②로부터 $\begin{cases} (a-y)^2=25-x^2 \\ (a-x)^2=169-y^2 \end{cases}$

③으로부터 $\begin{cases} a^2-2ay=25-(x^2+y^2)=-39 \\ a^2-2ay=169-(x^2+y^2)=105 \end{cases}$ 를 얻는다.

따라서 $\begin{cases} 4a^2y^2=(a^2+39)^2 \\ 4a^2x^2=(a^2-105)^2 \end{cases}$ 두 식을 더하고 ③을 리용하면 $4a^2\cdot 64=(a^2+39)^2+(a^2-105)^2$을 얻을수 있다. $a^4-194a^2+6273=0$, 풀면 $a^2=41$ 또는 153. $PC<AC$ 즉 $13<\sqrt{2}\,a$, $2a^2>169$이므로 $a^2=153$만이 될수 있다. 즉 바른4각형 $ABCD$의 면적은 153이다.

시 험 7

Ⅰ. 선택문제

1. (ㄴ) $2x^4+4x^3-3x^2+mx+n=(x^2+2x-1)(2x^2+ax-n)$이라고 하고 전개하여 결수를 비교하면 얻을수 있다. 즉 $m=-2, n=1$, $\therefore\ m\cdot n=-2$.

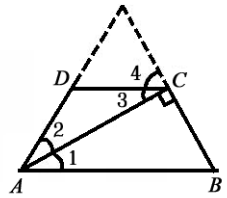
2. (ㄴ) $a-b=m, b-c=n$이라고 하면 $\dfrac{1}{m}+\dfrac{1}{n}-\dfrac{1}{m+n}=\dfrac{m^2+n^2+mn}{mn(m+n)}$ 이다. $a\langle b\langle c$이므로 $m\langle 0, n\langle 0$이다. $mn\rangle 0$, $m+n\langle 0$이므로 m^2+n^2+

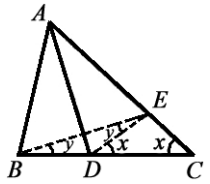
$mn > 0, mn(m+n) < 0$ ∴ 주어진 식 < 0이다.

3. (ㄹ) $\angle 1$은 $\triangle ACG$의 외각이므로 $\angle 1 - \angle 3 = \angle AGC$이고 $FD // BE$이다. ∴ $\angle 2 = \angle AGF$이므로 $\angle 1 + \angle 2 - \angle 3 = \angle AGC + \angle AGF = 180^\circ$

4. (ㄱ) 조건으로부터 $\frac{1}{a}, b^2$ 은 방정식 $x^2+x-1=0$의 두개의 서로 다른 실수풀이라는것을 알수 있다. 따라서 $\frac{1}{a}+b^2=-1,\ \frac{1}{a}\cdot b^2 = -1,\ b^2>0$이므로 $\frac{1}{a}<0,\ b^2-\frac{1}{a}>0$

$$\therefore\ b^2-\frac{1}{a}=\sqrt{\left(b^2-\frac{1}{a}\right)^2}=\sqrt{\left(b^2+\frac{1}{a}\right)^2-4b^2\cdot\frac{1}{a}}=\sqrt{5}$$

5. (ㄴ) AD, BC의 연장선은 E에서 사귄다. $AC\perp BE$, $\angle 1=\angle 2$, ∴$\triangle ABE$는 2등변3각형이다. $AB=AE$, $\angle B=\angle E$, $\angle 4=\angle B$, ∴ $\angle 4=\angle E$, $CD=DE$ 그리고 $\angle 1=\angle 2$, $\angle 1=\angle 3$이므로 $\angle 2=\angle 3$, $DC=AD$

∴ $AD=DE$, $S_{\triangle ADC}=\frac{1}{2}\ S_{\triangle ACE}=\frac{1}{2}\ S_{\triangle ABC}=\frac{9}{2}$

6. (ㄹ) AC우에서 $AE=AB$되게 점 E를 취하고 BE, DE를 각각 맺으면 $\angle BAC=60^\circ$이다. ∴ $\triangle ABE$는 2등변3각형이므로 $\triangle ABD\equiv\triangle AED$이다. ∴ $BD=DE$ 그리고 $EC=AC-AE=BD$이므로 $\triangle BDE$, $\triangle DEC$는 모두 2등변3각형이다. $\angle EBD=\angle BED=y$, $\angle EDC=\angle ECD=x$라고 하면 외각의 정리로부터 $x=2y$……①, $x+y=60^\circ$……②, ∴ $y=20^\circ$, $\angle B=60^\circ+y=80^\circ$

7. (ㄱ) $x\le 0$일 때 $-x^2+3x-4=0$, $\triangle=9-4\times 4<0$이므로 이 방정식은 실수풀이를 가지지 않는다. $x>0$일 때 $x^2-3x-4=0\Rightarrow x=4$ 또는 $x=-1$(버린다) ∴ 하나의 실수풀이를 가진다.

8. (ㄹ) 주어진 방정식을 간단히 하면 $xy=5x+5y\ \Rightarrow (x-5)(y-5)=25(x\neq 0, y\neq 0)$ 이로부터 $\begin{cases}x-5=\pm 1\\ y-5=\pm 25\end{cases}$, $\begin{cases}x-5=\pm 25\\ y-5=\pm 1\end{cases}$, $\begin{cases}x-5=\pm 5\\ y-5=\pm 5\end{cases}$

구하려는 옹근수풀이는 모두 5조이다($x=0$, $y=0$은 방정식의 풀이가 아니다).

Ⅱ. 채우기문제

1. $\frac{27}{16}$ 조건으로부터 $\frac{2u-v}{4u+3v}\geq 0, -\frac{2u-v}{4u+3v}\geq 0, \therefore \frac{2u-v}{4u+3v}=0$, $\therefore$ $v=\frac{3}{2},\ u=\frac{3}{4}$. $u^2-uv+v^2=(u-v)^2+uv=\frac{27}{16}$

2. $(x^2+x+1)(x^2-x+1997)$

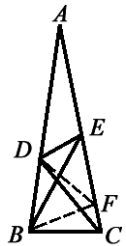
주어진 식$=\frac{(x-1)(x^4+1997x^2+1996x+1997)}{x-1}$

$$=\frac{x^5-x^4+1997x^3+x^2+x-97}{x-1}=(x^2+x+1)(x^2-x+1997)$$

3. $2\sqrt{2}+\sqrt{6}$ 빗변 $c=\sqrt{6}$이라고 하면 두 직각변 a, b는 조건 $b=n+a$를 만족시킨다. 그중 n은 정의옹근수이고 a는 소수이다. $b<c=\sqrt{6}<3$이므로 n=1 또는 2, $n=1$을 취하면 $b=1+a$, $b^2+a^2=c^2$이다. $\therefore 2a^2+2a-5=0$, $a=\frac{-1+\sqrt{6}}{2}>1$(버린다), $n=2$일 때 $a=\sqrt{2}-1$, $b=\sqrt{2}+1$을 얻는다. $\therefore$ $a+b+c=2\sqrt{2}+\sqrt{6}$

4. $\frac{a}{b}<\frac{a+c}{b+d}<\frac{c}{d}$ a, b, c, d는 모두 정의옹근수이므로 $\frac{a}{b}<\frac{a+c}{b+d}\Leftrightarrow a(b+d)<b(a+c)\Leftrightarrow ad<bc\Leftrightarrow\frac{a}{b}\Leftrightarrow\frac{c}{d}$(이미 안다),

$\therefore$ $\frac{a}{b}<\frac{a+c}{b+d}$이 성립한다. 같은 원리로부터 $\frac{a+c}{b+d}<\frac{c}{d}$를 증명할 수 있다.

5. 30° $\triangle BCD$에서 $\angle DBC=80^\circ$, $\angle DCB=80^\circ-30^\circ=50^\circ$, $\therefore \angle BDC=50^\circ$, $BD=BC$, $\angle CBF=20$되게 그으면 BF와 AC는 E에서 사귄다. DF를 맺으면 $\angle BFC=80^\circ$, $\therefore$ $BC=BF$, $BD=BF$, $\angle DBF=60^\circ$, $\therefore$ $\triangle DBF$는 2등변3각형이다. $DF=BF$, $\angle DFB=60^\circ$, $\triangle BEF$에서 $\angle EBF=40^\circ$, $\angle FEB=\angle EBA+\angle A=40^\circ$, $\therefore$ $BF=EF$, $EF=FD\Rightarrow\angle FED=\angle FDE=\frac{1}{2}\angle CFD=\frac{1}{2}(\angle CFB+\angle BFD)=70^\circ\Rightarrow\angle BED=\angle FED-\angle FEB=70^\circ-40^\circ=30^\circ$

6. 13　　주어진 방정식을 간단히 하면 $\frac{x-3-4}{\sqrt{x-3}+2}+\frac{x-4-1}{\sqrt{x-4}+1}$ $=\sqrt{10}$. $\sqrt{x-3}=u$, $\sqrt{x-4}=v$ 라고 하면 $\frac{v^2-4}{v+2}+\frac{u^2-1}{u+1}=\sqrt{10}\Rightarrow(u-2)$ $+(v-1)=\sqrt{10}\Rightarrow u+v=\sqrt{10}+3$ ⋯ ⋯ ① 그리고 $u^2-v^2=(x-3)-(x-4)=1$ ⋯ ⋯ ②, ② ÷ ① 로부터 $u-v=\frac{1}{\sqrt{10}+3}=\sqrt{10}-3$⋯⋯ ③, ∴ $\frac{①+③}{22}$, $u=\sqrt{10}$ 즉 $\sqrt{x-3}=\sqrt{10}$ 이다. x=13. 검산하면 x=13은 주어진 방정식의 풀이이다.

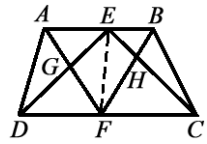
7. 8600　　B도시에서 C도시로 x대 가져가면 A에서는 C로 $(10-x)$대 간다. B에서 D로는 $(6-x)$대, A에서 D로는 $[12-(10-x)]$대, 총운반비는 W라고 하면 $W=300x+400(10-x)+500(6-x)+800[12-(10-x)]$ $\Rightarrow W=200x+8600$, ∴ $x=0$일 때 $W_{\min}=8600$

8. 0　　문제설정으로부터 $x_1^2=3-x_1$, $x_2^2=3-x_2$, $x_1+x_2=-1$이다.

주어진 식은 $x_1(3-x_1)-4(3-x_2)+19=3x_1-x_1^2+4x_2+7=3x_1-(3-x_1)+4x_2+7=4(x_1+x_2)+4=4(-1)+4=0$

Ⅲ. 풀이문제

1. 주어진 식$=15x^3+20xy-50x+3x^2y+4y^2-10y+3x^2+4y-10+10$ $=5x(3x^2+4y-10)+y(3x^2+4y-10)+(3x^2+4y-10)+10=(3x^2+4y-10)(5x+y+1)+10=10$

2. 그림에서 EF를 맺으면 $AE//DF$이므로 $S_{\triangle EGF}=S_{\triangle AGD}$이고 $AG:GF=EG:GD$이다. $AG:FG=k$라고 하면 $S_{APFE}=S_{\triangle ADG}+S_{\triangle DGF}+S_{\triangle EGF}+S_{\triangle AGE}=2S_{\triangle EGF}+\left(k+\frac{1}{k}\right)\cdot$ $S_{\triangle EGF}$, $k+\frac{1}{k}\geq 2$ 이므로 $S_{ADFE}\geq 4S_{\triangle EGF}$, 같은 원리로부터 $S_{BEFC}\geq 4S_{\triangle EHF}$, ∴ $S_{ABCD}\geq 4S_{EHFG}$

3. n이 정의옹근수이고 $n\geq 2$이라고 하면 $x=\underbrace{99\cdots9}_{n개}$, $y=55$(또는 $x=\underbrace{55\cdots5}_{n개}$, $y=99$)라고 취할 때 $x\times y=(10^n-1)\times 55=55\underbrace{00\cdots0}_{n개}-55=54\underbrace{99\cdots9}_{n개}45$ $=z(n=2, 3\cdots)$. 이때 x, y, z는 모두 《흥미있는 수》이고 x, y는 모두 10

보다 크다. x, y의 매 자리수는 모두 2보다 크다. 그러므로 요구에 만족되는 《흥미있는 수》묶음은 무한히 많다.

시 험 8

Ⅰ. 선택문제

1. (ㄱ)
2. (ㄱ)
3. (ㄴ)
4. (ㄷ)

$EF:CD=BF:BC$, $EF:AB=CF:BC$, 두 식을 더하면 $EF\left(\frac{1}{AB}+\frac{1}{CD}\right)=1$을 얻는다. $AB=20$, $CD=80$을 대입하면 $EF=16$을 얻는다.

5. (ㄹ) $1991^{\frac{1}{n}}=k$라고 하면 $x=\frac{1}{2}\left(k-\frac{1}{k}\right)$이다. $1+x^2=\left[\frac{1}{2}\left(k+\frac{1}{k}\right)\right]^2$, $x-\sqrt{1+x^2}=-\frac{1}{k}$, 구하려는 값은 $\left(-\frac{1}{k}\right)^n=(-1)^n 1991^{-1}$

6. (ㄴ) 세 식을 더하고 간단히 하여 $2b+c=0$, $c=-2b$를 얻고 이것을 두번째 식에 대입하면 $d=-b$를 얻는다. 이것을 첫번째 식에 대입하면 $a=-3b$를 얻는다. 그러므로 $a+b+c+d=-5b$, b가 정의옹근수라는데로부터 $-5b$의 최대값은 -5이다.

7. (ㄱ) $\triangle ABC$는 뾰족3각형이므로 $A=60^\circ$, $30^\circ < C < 90^\circ$, 씨누스정리로부터 $C=2R\sin C<2$을 얻는다. 그리고 AB변의 높이 CD(CD는 3각형안에 있다.)를 그리면 $C>AD=AC\cdot\cos A=\cos A=\frac{1}{2}$ 따라서 $\frac{1}{2}<C<2$.

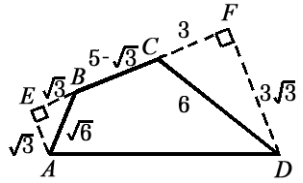
Ⅱ. 채우기문제

1. 홀수 2. 3 3. $\frac{1}{2}$ 4. 1 5. 6

6. 12 $\triangle DAG \backsim \triangle BEG$이므로 닮음비는 $DA:BE=2$ 따라서 $AG:GE=2$, $\triangle ADG$의 면적은 $2^2\times\triangle BEG$의 면적$=4$, $\triangle ABG$면적$=2\times\triangle BEG$면적$=2$, $\triangle ABD$면적$=6$, 평행4변형 $ABCD$의 면적은 12이다.

7. 9 $x=1$이면 $2^m-1=2^p$를 얻는다. 이로부터 $m=1, P=0$

일 때에만 이 식이 성립된다는것을 알수 있다(m=0 풀이가 없다; $m>0$, $P>0$일 때 왼쪽 홀수, 오른쪽 짝수), 조건에 있는 등식은 $\frac{x+1}{x^n}-1=\frac{1}{x^q}$이다. $x=2$이면 $\frac{3}{2^n}=1+\frac{1}{2^q}$이다. $n=1$, $q=1$일 때에만 이 식은 성립한다($n=0$ 풀이가 없다; $n\geq 2$일 때 왼쪽<1, 오른쪽>1). 따라서 $\left(m^2+2n+p\right)^{2q}=3^2=9$.

8. $2\sqrt{19}$ 그림에서 BC직선우에서 A, D의 사영점을 E, F라고 하면 직3각형 ABE에서 $\angle EBA=45^\circ$이므로 $AE=BE=\frac{AB}{\sqrt{2}}=\sqrt{3}$이고 직3각형 CDF에서 $\angle DCF=60^\circ$이므로 $CF=\frac{CD}{2}=3$, $DF=\frac{\sqrt{3}}{2}$, $CD=3\sqrt{3}$이다. 직각제형 $AEFD$에서 $AD=\sqrt{EF^2+\left(DF-AE\right)^2}=\sqrt{8^2+\left(2\sqrt{3}\right)^2}=2\sqrt{4^2+3}=2\sqrt{19}$.

Ⅲ. 풀이문제

1. $y\neq 0$이므로 $x+y\neq x-y$이다. $x=\frac{x}{y}$ 즉 x=0 또는 $y=\pm 1$, 만일 $x=0$이면 네개수는 각각 y, $-y$, 0, 0이다. $y=0$은 모순된다. 만일 $y=1$이라면 네개수는 $x+1, x-1, x, x$이므로 세개수가 다르다. 만일 $y=-1$이라면 네개수는 $x+1$, $x+1$, $-x$, $-x$이다. 반드시 $x-1=-x$(풀면 $x=\frac{1}{2}$) 또는 $x+1=-x$ (풀면 $x=-\frac{1}{2}$)가 있다. 따라서 구하려는 수쌍은 $\left(\frac{1}{2}, -1\right)$, $\left(-\frac{1}{2}, -1\right)$이다.

2. 문제설정으로부터 표를 그릴수 있다.

작업반	단독으로 작업한 일수	단독으로 일할 때 매일 지불받는 돈	단독으로 일할 때 총액
A	4일	455원	1820원
B	6일	295원	1770원
C	10일	108원	1050원

표를 관찰해보면 《한주일내에 이 대상을 완공한다는 전제하에서》 명백히 B반을 선택하여야 비용이 최소로 된다.

3. 수를 리용하여 색을 표시하면 붉은색은 0, 푸른색은 1이다. 매칸에 네개 정점의 수의 합을 그 칸의 《용량》이라고 한다. 그러면 3개 정점이 같은 색인 칸의 용량이 −1 또는 3인 홀수이고 아니면 용량이 0, 2 또는 4인 짝수라는것을 알수 있다. 앞의것을 《홀수칸》, 뒤의것을 《짝수칸》이라고 한다. 전체 n^2개칸의 용량의 합은 4×(바른4각형안의 사귐점수의 합) +2×(바른4각형변우에서 정점이 아닌것들의 사귐점수의 합) + 2 = 홀수칸용량의 합 + 짝수칸용량의 합과 같다. 그러면 홀수칸용량의 합은 짝수이다. 그러므로 홀수칸개수가 짝수 즉 꼭 3개 정점의 색이 같은 작은 칸의 수는 반드시 짝수이다는것을 알수 있다.

시 험 9

I. 선택문제

1. (ㄴ) $x^2-7x+12=0$일 때 $x=3$ 또는 $x=4$이다. 그러나 $x=3$일 때 분모는 0이므로 버린다.

2. (ㄷ) $a^2b^2+a^2+b^2+1=4ab \Rightarrow (ab-1)^2+(a-b)^2=0$ 따라서 $\begin{cases} ab-1=0 \\ a-b=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=1 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} a=-1 \\ b=-1, \end{cases}$ $\therefore a+b=2$ 또는 -2.

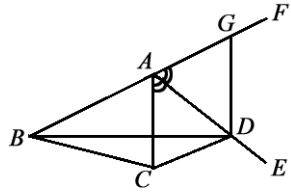
3. (ㄷ) 만일 3각형내부에 하나의 점만 있다면 세개의 작은 3각형으로 나눌수 있다. 한점이 더 있으면 2개의 작은 3각형이 더 생긴다. 따라서 3각형은 최대로 15개의 작은 3각형으로 나눌수 있다.

4. (ㄹ) 내각을 x라고 하면 $(n-2)\cdot 180^\circ = 2570^\circ + x$이다. 이로부터 $n-2=\dfrac{2570^\circ+x}{180^\circ}$, 이것은 옹근수이여야 한다. 따라서 x는 반드시 130°이다.

5. (ㄴ) 변이 3, 4, 5인 3각형을 만들수 있다. $\because 3^2+4^2=5^2$ 따라서 $3^2, 4^2, 5^2$은 불가능하다. $\dfrac{1}{4}+\dfrac{1}{5}=\dfrac{9}{20}>\dfrac{1}{3}$이므로 $\dfrac{1}{3}, \dfrac{1}{4}, \dfrac{1}{5}$도 가능하다. $\dfrac{1}{4^2}+\dfrac{1}{5^2}=\dfrac{1}{16}+\dfrac{1}{25}=\dfrac{41}{400}<\dfrac{1}{9}=\dfrac{1}{3^2}$이므로 $\dfrac{1}{3^2}, \dfrac{1}{4^2}, \dfrac{1}{5^2}$은 불가능하다. 따라서 (ㄴ)를 선택한다.

6. (ㄹ) $x=\dfrac{4}{9}\left(10^n-1\right)\cdot 10^n+\dfrac{8}{9}\left(10^{n-1}-1\right)\cdot 10+9$

$$=\frac{4\cdot 10^{2n}-4\cdot 10^{n}+8\cdot 10^{n}-80+81}{9}=\left(\frac{2\cdot 10^{n}+1}{3}\right)^2$$

7. (ㄴ) BA의 연장선우에서 $AG=AC$되게 자르고 GD를 맺으면 $\triangle ADG\equiv\triangle ADC$이다. $\therefore$ $AG=AC$, $DG=DC$ 이로부터 $DB+DC=DB+DG$ 그리고 $DB+DG > BG$, $BG=BA+AG=BA+AC$, $\therefore$ $AB+AC < DB+DC$.

8. (ㄱ) $abc\neq 0$이므로 $\frac{a}{a}+\frac{b}{b}+\frac{c}{c}=3$

주어진 식$=a\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right)+b\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right)+c\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right)$

$$=(a+b+c)\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right)=0$$

Ⅱ. 채우기문제

1. 40° 3각형의 세 외각의 합은 360°이다. 정각의 외각과 하나의 밑각의 외각의 합은 250°와 같다는것은 이미 안다. 따라서 다른 하나의 밑각의 외각은 $360^\circ-250^\circ=110^\circ$이므로 밑각은 70°이다. $\therefore$ 정각$=40^\circ$

2. 1 $2<\sqrt{7}<3$이므로 $3+\sqrt{7}=5+\left(\sqrt{7}-2\right)$, $4-\sqrt{4}=1+\left(3-\sqrt{7}\right)$

$\therefore$ $m=\sqrt{7}-2$, $n=3-\sqrt{7}$, $\therefore$ 주어진 식은 1이다.

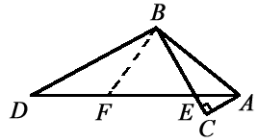
3. $\frac{10}{9}$ 주어진 방정식을 간단히 하면 $(6x+7)^2(6x+8)(6x+6)=72$ 이다. $6x+7=y$라고 하면 $y^2(y+1)(y-1)=72\Rightarrow y=\pm 3$ $\therefore$ $x_1=-\frac{2}{3}$, $x_2=-\frac{5}{3}$이므로 $x_1\cdot x_2=\frac{10}{9}$

4. 1088 $(a+b)(b-a)=36$이고 $a+b$, $a-b$의 짝홀성이 같은 a, b는 모두 정의옹근수이다. $\therefore\begin{cases}b+a=18\\ b-a=2\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}b=10\\ a=8\end{cases}$

같은 원리로부터 $\begin{cases}c=26\\ d=24\end{cases}$를 얻을수 있다. 따라서 $c^2+d^2-a^2-b^2=1088$

5. 0　　$(a+b+c)^2=a^2+b^2+c^2+2(ab+bc+ca)$, $a+b+c=2\sqrt{3}$, $a^2+b^2+c^2=4$를 대입하면 $ab+bc+ca=4$, $(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2=2(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca)=0$, $\therefore a=b$, $b=c, c=a$ 즉 $a=b=c$, $\therefore (a-2b+c)^{1996}=0$

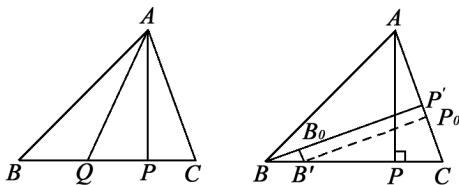
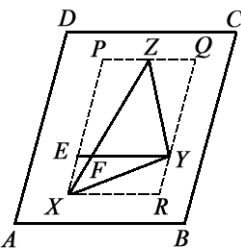
6. 10 또는 1318　　이미 알고있는것으로부터 $2p+4q=74 \Rightarrow p+2q=37, 2q=37-p$. $\therefore$ p는 홀수이고 이 p에 3, 5, 7, 11을 대입하였을 때 대응한 q의 값은 각각 17, 16, 15, 13이다. 그러나 16, 15는 씨수가 아니다. $p=13$을 대입하면 $q=12$, 이것은 $p<q$와 모순된다. $p\geq 13$일 때 $p>q$은 $p<q$와 모순된다. 따라서 $p=3, q=17$ 또는 $p=11, q=13$, $p^3-q=10$ 또는 1318이다.

7. $\frac{2}{3}$　　DE의 가운데점을 F라고 하고 BF를 맺자. $BD \parallel AC$, $\angle C=90^\circ$이므로 $\angle DBE=90^\circ$, $DF=FE=BF=AB$ $\therefore$ $\angle D=\angle FBD$, $\angle BFA=\angle BAF$이다. $\angle BFA$는 $\triangle BDF$의 외각이므로 $\angle BAF=\angle D+\angle FBD=2\angle D$ $\therefore$ $\angle BAF=2\angle D$ 그리고 $\angle D=\angle DAC$이므로 $\angle BAC=\angle BAF+\angle DAC=3\angle D$, $\therefore$ $\angle BAF=\frac{2}{3}\angle BAC$ 즉 $\angle BAE=\frac{2}{3}\angle BAC$.

8. 1100　　$[n+x]=n+[x]$ (x는 모든 실수), $[-x]=-1-[x]$ (x가 옹근수가 아닐 때), $\therefore$ $\left[\frac{23\times 100}{101}\right]=\left[\frac{23\times 101}{101}-\frac{23}{101}\right]=23+\left[\frac{-23}{101}\right]=23-1-\left[\frac{23\times 1}{100}\right]$ 즉 $\left[\frac{23\times 100}{101}\right]+\left[\frac{23\times 1}{101}\right]=22$. 같은 원리로부터 $\left[\frac{23\times(100-i)}{101}\right]=23+\left[-\frac{23\times(i+1)}{101}\right]$이다. 그리고 $1\leq i<99$, $\frac{23\times(i+1)}{101}$는 옹근수가 아니므로 $\left[-\frac{23\times(i+1)}{101}\right]=-1-\left[\frac{23\times(i+1)}{101}\right]$ 즉 $\left[\frac{23\times(100-i)}{101}\right]+\left[\frac{23\times(i+1)}{101}\right]=22$ 따라서 주어진 식$=22\times 50=1100$.

Ⅲ. 풀이문제

1. $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1 \Rightarrow \left(\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}\right)^2=1 \Rightarrow \frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}+2\left(\frac{xy}{ab}+\frac{xz}{ac}+\right.$

$\left.\frac{yz}{bc}\right)=1 \Rightarrow \frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=1-2\frac{xyc+xzb+yza}{abc}$, $\frac{a}{x}+\frac{b}{y}+\frac{c}{z}=0 \Rightarrow xyc+xzb+$ $yza=0$ 이것을 웃식에 대입하면 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=1$.

2. 만일 P가 $\triangle ABC$에서 한변 BC우에 그은 높이의 수직점이고 Q가 BC변우의 임의의 한점이라면 $PA+PB+PC=PA+BC$, $QA+QB+QC=QA+BC$이다. $PA < QA$이므로 $PA+PB+PC < QA+QB+QC$. 그리고 $\triangle ABC$에서 AC가 가장 짧은 변이라고 하고 이 변우의 높이 BP'를 그리자. 이때 $PA+PB+PC$와 $P'A+P'B+P'C$의 크기 즉 $PA+BC$와 $P'B+AC$를 비교한다. BC우에서 $B'C=AC$ 되게 B'를 취하고 $P'B$우에서 B_0을 $P'B_0=B'P_0=PA$ 되게 취하면 $PA+BC=P'B_0+BB'+AC > P'B_0+B_0B+AC=P'B+AC$ 따라서 $AC < BC$여야 한다. 즉 $P'A+P'B+P'C < PA+PB+PC$이다. 즉 $\triangle ABC$가 뾰족3각형일 때 제일 짧은변에 대한 높이의 수직점으로 세 정점까지의 거리의 합이 최소이다.

3. 덮을수 있다고 가정하자. 그림에서 평행4변형 $ABCD$는 $\triangle XYZ$를 완전히 덮는다. 그중에서 $S_{ABCD} < 2$, $S_{\triangle XYZ}=1$이다. 그러면 $\triangle XYZ$는 평행4변형 $ABCD$의 내부(경계를 포함)에 있다. 평행이동을 리용하여 $\triangle XYZ$가 축소한 평행4변형에 내접되게 $\square ABCD$를 축소한다. 이것을 $\square XRQP$라고 하고 Y에서 $YE \parallel AB$ 되는 선을 긋고 XP와 사귀는 점을 E라고 하면(ZE를 맺는다.) $S_{\triangle FYZ} \le S_{\triangle EYZ}=\frac{1}{2}S_{\square EYQP}$ ……①, $S_{\triangle FXY} \le S_{\triangle EXY}=\frac{1}{2}S_{\square EYRX}$ ……②이다. ①+②로부터 $S_{\triangle XYZ} \le \frac{1}{2}S_{\square XRQP} \le \frac{1}{2}S_{\square ABCD}$, $\therefore S_{\square ABCD} \ge 2S_{\triangle XYZ}=2$ 이것과 $S_{\square ABCD} < 2$는 모순된다. 이로부터 덮을수 없다.

시 험 10

I. 선택문제

1. (ㄱ) 주어진 식$=2^1\cdot 3^9\cdot 2^6\cdot 3^8=2^7\cdot 3^{17}$

2. (ㄴ) 주어진 식$=\left(m^2+n^2\right)^2-\left(n^2-m^2\right)^2=4m^2n^2$

3. (ㄷ) 모든 풀이는 $(\pm3, 0), (\pm2, 1), (\pm2, -1), (\pm1, 2), (\pm1, -2), (0, \pm3)$ 즉 12조이다.

4. (ㄹ) 왼쪽으로부터 첫번째*를 대표하는 수를 x라고 하면 차례로 앞의 6개*를 대표하는 수는 $x, x-1, -1, -x, 1-x, 1$이다. 그리고 7번째*도 역시 x이다. 따라서 7~12번째*와 13~18번째*앞의 6개*와 겹친다. 이 18개*의 합은 $3[x+(x-1)+(-1)+(-x)+(1-x)+1]=0$이다. 이것을 풀면 $x=2$이다.

5. (ㄱ) 먼저 던진 사람(A라고 하자)이 세번째 무지에서 3알을 집어던질수 있다. $(2, 3, 4)\xrightarrow{A}(2, 3, 1)$ 이때 계속하여 아래표를 보면 후에 던진 사람(B)이 어떻게 취하든지 A가 모두 승리할 가능성을 가진다.

$$(2,3,1)\xrightarrow{B}\begin{cases}\left.\begin{matrix}(2,3,0)\\(2,2,1)\end{matrix}\right\}\xrightarrow{A}(2,2,0)\\\left.\begin{matrix}(2,1,1)\\(1,3,1)\end{matrix}\right\}\xrightarrow{A}(1,1,1)\\\left.\begin{matrix}(2,0,1)\\(0,3,1)\end{matrix}\right\}\xrightarrow{A}(0,0,1)\end{cases}$$

이로부터 A가 승리할수 있다는것을 알수 있다.

6. (ㄱ) 총 평균나이를 대비하면 A반(평균: 매사람)은 1살 많고 B반은 같으며 C반은 1살 작다. 그러므로 A, C반 사람수가 같다. 즉 $a=c$.

7. (ㄱ) 첫번째, 두번째 그루에 물을 주는데 20m 걸어야 하고 세번째, 네번째 그루때에는 20 + 40 = 60m 걸어야 한다; 다섯번째, 여섯번째 그루에서는 40 + 60 = 100; 일곱, 여덟번째 그루에서는 60 + 80 = 140m; 아홉, 열번째 그루에서는 90m 걸어야 한다(우물에 돌아갈 필요는 없다). 모두 20 + 60 + 100 + 140 + 90 = 410m 걸어야 한다.

Ⅱ. 채우기문제

1. 135 $\frac{1}{2}\left[\left(x-y-z\right)^2-\left(x^2+y^2+z^2\right)\right]=yz-zx-xy=\frac{1}{2}(19^2-91)=135$

2. ±4 $\frac{1}{x}=y$라고 하면 $xy=1$, $(x+y)^2=x^2+2+y^2=4$,

$x+y=\pm2$; $x^3+y^3=(x+y)(x^2-1+y^2)=\pm2$, $x^9+y^9=(x^3+y^3)\cdot(x^6-1+y^6)=\pm2\cdot[(\pm2)^2-3]=\pm2$; 따라서 주어진 식은 (±2)+(±2)=±4 이다.

3. (3, 2, 1) 세개 방정식을 차례로 ①, ②, ③이라고 하면

②−2①로부터 $\begin{cases}-3y+15z=9\cdots\cdots④\\-9y+75z=57\cdots\cdots⑤\end{cases}$

③−2②로부터

⑤−3④로부터 $30z=30$, $z=1$ 이것을 ④에 대입하여 $y=2$를 얻고 이것을 다시 ①에 대입하면 $x=3$ 즉 (3, 2, 1)

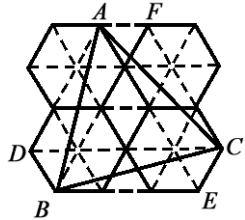
4. 6 11, 12, ···, 20이 10개 수가운데서 1개 수를 선택할수 있기때문에(만일 2개를 선택한다면 이 수의 최소공배수는 반드시 20보다 크다.) 7, 8, 9, 10이 4개수가운데서 1개를 선택해야 한다. 5, 6이 두개 수도 역시 1개만 선택할수 있다. 1, 2, 3, 4를 고려하자. 그러면 최대로 7개 수를 넘지 않게 선택해야 한다는것을 알수 있다. 그러나 7개를 선택해서는 안된다. 왜냐하면 이때 반드시 1, 2, 3, 4 모두를 선택해야 하기때문이다. 그러나 [4, 7]=28, [4, 9]=36, [3, 8]=24, [3, 10]=30이다. 그러면 7, 8, 9, 10이 4개수가운데서 하나도 3을 다시 선택해서는 안된다. 조건을 만족시키는 6개수는 선택되였다. 례를 들어 1, 2, 3, 4, 6, 12 또는 1, 2, 4, 5, 10, 20 모두 될수 있다.

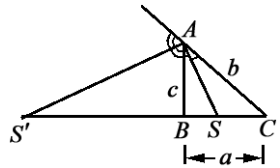
5, 1, −2, 0, −1, 1, −2, −1 1991=4×498+(−1), 498=4×125+(−2), 125=4×31+1, 31=4×8+(−1), 8=4×2+0, 2=4×1+(−2)이므로 1991=4×(4×(4×(4×(4×(4×1+(−2))+0)+(−1))+1)+(−2))+(−1)=$4^6\times1+4^5\times(-2)+4^4\times0+4^3\times(-1)+4^2\times1+4^1\times(-2)+1\times(-1)$ 제시한 방법을 간단히 하면 $(1, -2, 0, -1, 1, -2, -1)_4=1991$

6. 3355 추리하여 계산하면 100×2 + 5 = 205; 205×2 + 5 = 415; 415×2 + 5 = 835; 835×2 + 5 = 1675; 1675×2 + 5 = 3355

7. 300 수표를 그리면 아래와 같다. 15개*표시한 수의 거꿀수의 합은 2 + 3 + 4 + 5 + 2×(6 + 12 + 20 + 30 + 60) +30 = 300

$$
\begin{array}{ccccccccccc}
 & & & & & 1 & & & & & \\
 & & & & \frac{1}{2} & & \frac{1}{2} & & & & \\
 & & & \frac{1}{3} & & \frac{1}{6} & & \frac{1}{3} & & & \\
 & & \frac{1}{4} & & \frac{1}{12} & & \frac{1}{12} & & \frac{1}{4} & & \\
 & \frac{1}{5} & & \frac{1}{20} & & \frac{1}{30} & & \frac{1}{20} & & \frac{1}{5} & \\
\frac{1}{6} & & \frac{1}{30} & & \frac{1}{60} & & \frac{1}{60} & & \frac{1}{30} & & \frac{1}{6}
\end{array}
$$

8. 13 그림에서 매개 나사머리를 등분하면 6개의 변길이가 모두 같은 작은 3각형(매개 면적은 1)이 생긴다. 분할법을 리용하면 쉽게 알수 있다. $\triangle ABC$면적 = 6각형$ADBECF$면적$-3\times\triangle ADB$면적$=(3+5+7+7)-3\times0.5\times6=22-9=13$.

Ⅲ. 풀이문제

1. 그림에서 AS, AS'는 각각 $\angle A$의 2등분선, 외각의 2등분선이므로 $\frac{CS}{SB}=\frac{b}{c}=\frac{CS'}{S'B}$이다.

그러므로 $\frac{CS}{BC}=\frac{b}{b+c}$, $\frac{CS'}{BC}=\frac{b}{b-c}$ 즉 $CS=\frac{ab}{b+c}$, $CS'=\frac{ab}{b-c}$ 따라서 $SS'=\frac{ab}{b-c}-\frac{ab}{b+c}=\frac{2abc}{b^2-c^2}$ 같은 원리로부터 $TT'=\frac{2abc}{a^2-c^2}$, $VV'=\frac{2abc}{a^2-b^2}$

$$\therefore\ \frac{1}{SS'}+\frac{1}{VV'}=\frac{(b^2-c^2)(a^2-b^2)}{2abc}=\frac{a^2-c^2}{2abc}=\frac{1}{TT'}.$$

2. 둘사이거리가 제일 먼 점을 A, B라고 하고 A와 B점을 제외한 1988개의 점으로 구성된 1988개의 선분을 고려하자. 이런 선분들의 가운데점도 모두 겹치지 않으며 A점까지의 거리가 $\frac{1}{2}AB$보다 작다. B점에 대하여 류사하게 고찰하면 1988개의 서로 겹치지 않는 가운

데점을 얻을수 있다. 이것들은 B점까지의 거리가 $\frac{1}{2}AB$보다 작다. AB의 가운데점을 더하면 겹치지 않는 가운데점은 모두 1988+1988+1 =3977개이다. 다른 한편 이 1990개 점이 서로 린접한 두점사이거리가 모두 같거나 다른 가운데점의 개수는 반드시 3977개이다. 결과 가능한 선분의 서로 다른 가운데점의 최소수는 3977개이다.

3. 매개 한대의 차가 한번에 운반하는 상자의 질량은 2t보다 작지 않다. 아니면 하나의 상자만 더 싣는다. 요구하는 차를 n대라고 하면 그것들이 운반하는 상자의 질량은 차례로 $a_1, a_2, \cdots, a_n$이다. 그러면 $2 < a_1 < 3$ $(i=1, 2, \cdots, n)$. 모두 운반된 화물질량의 합을 S라고 하면 $2n \le s = a_1 + a_2 + \cdots + a_n \le 3n$이다. 즉 $2n \le 10 \le 3n$ 이로부터 $\frac{10}{3} \le n \le 5$ $n = 4$ 또는 5 실제상 4대는 맞지 않는다. 왜냐하면 13상자만 있다고 하면 매 질량은 $\frac{10}{13}$t이다. $\frac{10}{13} \times 3 < 3$, $\frac{10}{13} \times 4 > 3$으로부터 매 차는 다만 3상자 운반할수 있다. 이렇게 4대로는 전부 운반할수 없다. 따라서 적어도 5대 있어야 한다.

시 험 11

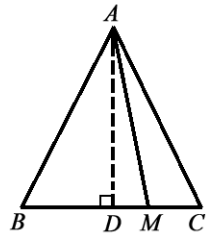
I. 선택문제

1. (ㄴ) ① 식$=-1$, ② 식$=\frac{2x}{2(x+y)}$, ③ 식$=-\frac{2(x-3)}{x-1}$, ④ 식$=\frac{2}{a-b}$

2. (ㄷ) 주어진 식$=\dfrac{1}{1-\dfrac{1}{1-\dfrac{1}{1-x}}}=\dfrac{1}{1-\dfrac{1}{\dfrac{-x}{1-x}}}=\dfrac{1}{1+\dfrac{1-x}{x}}=x$

3. (ㄷ) A에서 BC에 수직선을 긋자. $AB=AC$이므로 $BD=DC$.

$\therefore$ $AB^2 = AD^2 + BD^2$, $AM^2 = AD^2 + DM^2$

$\therefore$ $AB^2 - AM^2 = BD^2 - DM^2 = (BD + DM)(BD - DM) = BM \cdot CM$

4. (ㄱ) $AB = a, AD = b$라고 하면 $S_{BDFE} = S_{ABCD} - S_{\triangle ABD} - S_{\triangle EFC} = ab$

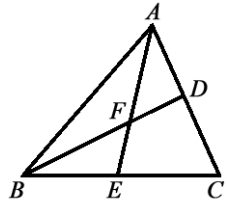
$-\frac{1}{2}ab-\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}a\cdot\frac{2}{3}b=\frac{1}{3}ab=\frac{1}{3}S_{ABCD}$.

5. (ㄷ) x를 방정식의 부수풀이라고 하면 $-x=ax+1\Rightarrow x=\frac{-1}{a+1}<0$이다. ∴ $a>-1$일 때 방정식은 부수풀이를 가진다. 그리고 방정식이 하나의 정수풀이 x를 가진다고 하면 $x=ax+1\Rightarrow x=\frac{1}{1-a}>0$ 이로부터 $a<1$, 그러나 방정식이 정수풀이를 가지지 않는다는것은 이미 안다. ∴ $a<1$은 성립되지 않는다. 종합하면 $a>-1$, $a<1$은 성립되지 않는다. 즉 $a\geq1$.

6. (ㄴ) 가운데선 AE, BD는 F에서 사귀므로 F는 $\triangle ABC$의 무게중심이다. $AD=\frac{1}{2}AC$, ∴$AF=\frac{2}{3}AE$, $FD=\frac{1}{3}BD$, $\triangle AFD$에서 $AF<AD+FD$

∴ $\frac{2}{3}AE<\frac{1}{2}AC+\frac{1}{3}BD$ 즉 $4AE<3AC+2BD \Rightarrow 4AE-3AC-2BD<0$

7. (ㄹ) $x+y=a, xy=b$라고 하면 $b-a=4$이다.
주어진 식$=(xy-1)^2-2xy(x+y)+(x+y)^2+4xy-2(x+y)=(b-1)^2-2ab+a^2+4b-2a=(a-b-1)^2=(-4-1)^2=25$

8. (ㄴ) 문제의미로부터 $\overline{ab}=10a+b, \overline{bc}=10b+c$를 안다.

∴ $\frac{10a+b}{10b+c}=\frac{a}{c}\Rightarrow 9ac=b(10a-c)\cdots\cdots$①, a, b, c는 서로 다른 9보다 크지 않은 자연수이므로 $10a-c$는 9의 배수가 아니다. ∴ 식 ①로부터 b는 반드시 3의 배수라는것을 알수 있다. b는 3, 6, 9만이 될수 있다. ∴ 풀이는 $\frac{16}{64}, \frac{26}{65}, \frac{19}{95}, \frac{49}{98}$이다.

Ⅱ. 채우기문제

1. 이 방정식은 풀이가 없다.

주어진 방정식을 정리하여 $\sqrt{x^2+2}-\sqrt{x^2+3}=1-\frac{1}{\sqrt[3]{x^2+2}}$을 얻는다. 왼쪽$=\sqrt{x^2+2}-\sqrt{x^2+3}<0$, 오른쪽$=1-\frac{1}{\sqrt[3]{x^2+2}}\geq0$, 이것은 모

순된다. ∴ 풀이가 없다.

2. $(x^2+x+1)(x^3-x+1)$

3. 25° $\angle BED=180^\circ-(\angle 2+\angle 3)=55^\circ$ 이므로 $\angle 4=\angle BED-\angle 1=25^\circ$.

4. $a+b+c$ 주어진 식$=\dfrac{a^3(b-c)+b^3(c-a)+c^3(a-b)}{a^2(b-c)+b^2(c-a)+c^2(a-b)}$

$a-b=m,\ b-c=n$이라고 하면 $a-c=m+n$

주어진 식$=\dfrac{ma^3-(m+n)b^3+mc^3}{na^2-(m+n)b^2+mc^2}=\dfrac{n(a^3-b^3)-m(b^3-c^3)}{n(a^2-b^2)-m(b^2-c^2)}$

$=\dfrac{mn(a^2+b^2+ab)-mn(b^2+c^2+bc)}{mn(a+b)-mn(b+c)}=\dfrac{(a^2-c^2)+(ab-bc)}{a-c}$

$=a+b+c$

5. 3 $\dfrac{a}{6}+\dfrac{a}{12}+\dfrac{a}{20}+\dfrac{a}{30}=a\left(\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{3}+\dfrac{1}{3}-\dfrac{1}{4}+\cdots+\dfrac{1}{5}-\dfrac{1}{6}\right)=a\left(\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{6}\right)$

$=1$, ∴ $a=3$

6. $\dfrac{11}{6}$ 조건으로부터 $p\cdot q\cdot \gamma\neq 0$, 세수는 모두 거꿀수로 취하면 $\dfrac{1}{p}+\dfrac{1}{q}=\dfrac{5}{6}$, $\dfrac{1}{\gamma}+\dfrac{1}{q}=\dfrac{4}{3}$, $\dfrac{1}{p}+\dfrac{1}{\gamma}=\dfrac{3}{2}$이다. 이 세식을 더하면

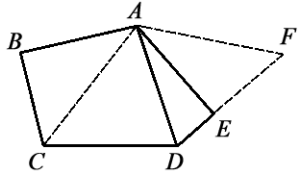
$2\left(\dfrac{1}{p}+\dfrac{1}{q}+\dfrac{1}{\gamma}\right)=\dfrac{22}{6}$, $\therefore \dfrac{q\gamma+p\gamma+pq}{pq\gamma}=\dfrac{11}{6}$

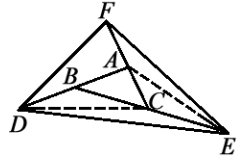
7. $\dfrac{119}{110}$ $x-\dfrac{1}{x}=3\Rightarrow x^2+\dfrac{1}{x^2}=11$.

주어진 식$=\dfrac{(x^2+1)(x^8+1)}{(x^4+1)(x^6+1)}=\dfrac{\left(x+\dfrac{1}{x}\right)\left(x^4+\dfrac{1}{x^4}\right)}{\left(x^2+\dfrac{1}{x^2}\right)\left(x^3+\dfrac{1}{x^3}\right)}$

$=\dfrac{\left(x^2+\dfrac{1}{x^2}\right)^2-2}{\left(x^2+\dfrac{1}{x^2}\right)\left(x^2+\dfrac{1}{x^2}-1\right)}=\dfrac{119}{110}$

8. $\dfrac{1}{2}$ DE를 $EF=BC$되게 F까지 연장하고 AC, AF를 맺으면

$\triangle ABC \equiv \triangle AEF \Rightarrow AC = AF$ 그리고 $DE + BC = CD$이므로 $DE + EF = DC$ 즉 $DF = DC$, ∴ $\triangle ACD \equiv \triangle ADF$ 즉 AD는 $\angle CDE$를 2등분한다.

Ⅲ. 풀이문제

1. AE, BC를 각각 맺는다. 밑변이 같고 높이가 같은 3각형의 면적은 같다는것을 리용한다. 이로부터 $S_{\triangle ABC} = S_{\triangle ACE} = S_{\triangle AEF} = S_{\triangle DBC} = S_{\triangle DCE}$, $S_{\triangle DAF} = S_{\triangle DAC} = 2\,S_{\triangle ABC}$, ∴ $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{7}\,S_{\triangle DEF}$, ∴ $S_{\triangle DEF} = 7$

2. $\triangle = 4p^2 - 8q \geq 0$, p, q는 홀수, p^2은 홀수, $2q$는 짝수이므로 $p^2 \neq 2q$이다. $\triangle > 0$ ∴방정식은 반드시 두개의 실수풀이 $x_{1,\,2} = -p \pm \sqrt{p^2 - 2q}$ 를 가진다. x_1, x_2이 무리수풀이가 아니라고 가정하면 $p^2 - 2q = k^2$(홀수)이다. p, q는 모두 홀수이므로 $p + k, p - k$는 모두 짝수이다. 그것을 각각 $2s, 2t$라고 하자. $p^2 - 2q = k^2$으로부터 $2q = 2s \cdot 2t$를 얻는다. ∴ $q = 2st$는 짝수이다. 문제설정과 q가 홀수라는것은 모순된다. 따라서 가정은 틀린다. ∴ 이 문제는 옳다.

3. 통계표로부터 알수 있다. ①: 0~3문제 푼 총 학생수 46, 문제총합은 91개, 12−15개 문제 푼 학생수 25, 문제총합은 315개 ②: 모두 y명통계를 내여 그중 11문제 푼 학생은 x명이라고 하자. 그러면 두가지 방법을 리용하여 표에서 빠진 부분인 총 문제수 N을 계산한다. ㉠: 4 또는 4문제이상 푼 학생은 평균 6문제 풀었으므로 $N = 6(y - 46) - 315 = 6y - 591$ ㉡: 10 또는 10개이하 푼 학생은 평균 4문제 풀었으므로 $N = 4(y - x - 25) + 11x - 91 = 4y + 7x - 191$ 종합하면 $6y - 591 = 4y + 7x - 191 \Rightarrow y = 3.5x + 200 (x \geq 0)$, $x = 0$일 때 y는 최소값 200을 가진다.
즉 적어도 200명에 대하여 통계내였다.

시 험 12

I. 선택문제

1. (ㄹ) 실수범위내에서 $\sqrt{-|x|}$ 가 의미를 가지자면 반드시 $-|x| \geq 0$이여야 한다. 즉 $|x| \leq 0$ 따라서 $x = 0$

2. (ㄴ) 방정식의 두개 풀이를 x_1, x_2이라고 하면

$\begin{cases} x_1 + x_2 = -2m \\ x_1 x_2 = 2n-1 \end{cases}$ 을 얻는다. α는 옹근수이고 $\alpha+\beta=-2m$, $-2m$은 옹근수이므로 β는 반드시 옹근수이다.

3. (ㄱ) 주어진 방정식의 두 풀이를 $x_1, x_2(x_1 > x_2)$이라고 하자.

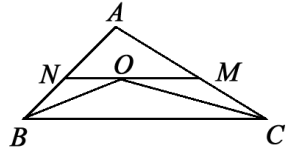
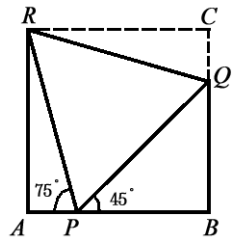
$$\therefore \begin{cases} x_1 - x_2 = 1 \\ x_1 + x_2 = \dfrac{a+1}{2} \\ x_1 x_2 = \dfrac{a+3}{2} \end{cases}$$

$(x_1+x_2)^2 = (x_1-x_2)^2 + 4x_1x_2$ 이므로 $\dfrac{(a+1)^2}{4}=1+2(a+3)$ 이것을 풀면 $a=-3, 9$이다.

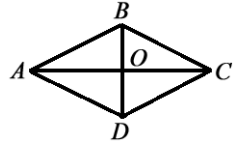
4. (ㄷ) 주어진 방정식의 분모를 없애면 $x-2x+6=m^2$, $x=6-m^2$을 얻는다. $x=3$이면 $m=\pm\sqrt{3}$

5. (ㄱ) $\begin{cases} x+y=2 \\ xy-z^2=1 \end{cases}$ 로부터 $\begin{cases} x=1 \\ y=1 \\ z=0 \end{cases}$

$x+y=2$과 $xy=1+z^2$으로부터 $xy>0, x>0, y>0, xy-1=(2-y)y-1=-y^2+2y-1=-(y-1)^2<0$ $(y\neq 1)$을 알수 있다. 이로부터 다른 x, y값에 대하여 $xy-1=z^2>0$은 성립될수 없다는것을 알수 있다.

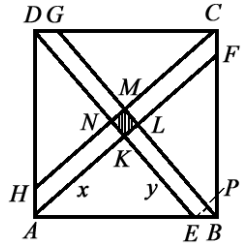
6. (ㄱ) $MN \parallel BC$이므로 $\angle NBO = \angle OBC = \angle NOB$, $NO = NB$ 같은 원리로부터 $MO = MC$라는 것을 알수 있다. 따라서 $AN + NM + MA = AN + (NB + MC) + MA = AB + AC = 30$

7. (ㄹ) R를 지나 QB에 그은 수직선과 BQ의 연장선은 C에서 사귄다. $RC=\omega$, $\angle RPQ = 60^\circ$라는것을 알수 있다. 그리고 $PQ = PR$이므로 $\triangle PRQ$는 바른3각형이다.

8. (ㄴ) 등변4각형을 $ABCD$라고 하면 $AC \perp BD$이고 $AC=2BD$이다. K=등변4각형의 면적

$=\frac{1}{2}AC \cdot BD = BD^2$으로부터 알수 있다. 즉

$BD=\sqrt{K}$, $BC=\sqrt{BO^2+OC^2}=\frac{\sqrt{5K}}{2}$

Ⅱ. 채우기문제

1. 45° $\triangle CDQ$를 C점을 정점으로 시계바늘과 반대방향으로 90° 회전시켜 $\triangle ECB$되게 하면 쉽게 증명할수 있다. $\triangle ECP \equiv \triangle PCQ$ ($\because QP=2-(AQ+AP)=(1-AQ)+(1-AP)=DQ+BP=EP$)

2. 32 $KA=x, KE=y$라고 하면 $BP=x-y$를 쉽게 알수 있다. 그림으로부터

$$\begin{cases} x^2+y^2=\left(1-\frac{1}{n}\right)^2 \\ (x-y)^2+\frac{1}{1985}=\frac{1}{n^2} \\ \left(x+y+\frac{1}{\sqrt{1985}}\right)^2=1+\left(\frac{n-1}{n}\right)^2 \end{cases}$$

3. 3 주어진 방정식은 곧 $(x-2y)^2+y^2=13^2$이므로 $|x-2y|, |y|, 13$은 피타고라스수를 이룬다. 이로부터

$$\begin{cases} x-2y=\pm 5 \\ y=12 \end{cases} \text{ 또는 } \begin{cases} x-2y=\pm 12 \\ y=5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=29 \\ y=12, \end{cases} \begin{cases} x=22 \\ y=5, \end{cases} \begin{cases} x=19 \\ y=12, \end{cases} \begin{cases} x=-2 \\ y=5, \end{cases}$$

여기서 $\begin{cases} x=-2 \\ y=5 \end{cases}$는 버린다.

4. 45 모두 x명이 경기에 참가하였다면 매 선수들은 나머지 $(x-1)$명과 경기를 하여야 한다. 모두 $\frac{1}{2}x(x-1)$번 경기를 하여야 한다. 매판 총 점수는 2이므로 전체 선수들이 얻은 점수의 총합은 $2 \cdot \frac{1}{2}x(x-1)=x(x-1)$점이다. 이 점수는 반드시 짝수이다. 그러므로 1979, 1985 두 점수는 잘못된것이다. 그리고 $x(x-1)$은 련이은 자연수의 적이므로 1의 자리수는 오직 수 0, 2, 6만이 될수 있다. 따라서 1984도 역시 틀린것이다. $x(x-1)=1980 \Rightarrow x=45$(명)

5. $\frac{11}{20}$ $\left(1-\frac{1}{2^2}\right)\left(1-\frac{1}{3^2}\right)\cdots\left(1-\frac{1}{10^2}\right)$

$=\left(1-\frac{1}{2}\right)\left(1+\frac{1}{2}\right)\left(1-\frac{1}{3}\right)\left(1+\frac{1}{3}\right)\cdots\left(1-\frac{1}{10}\right)\left(1+\frac{1}{10}\right)$

$=\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{4}{3}\cdots\frac{9}{10}\cdot\frac{11}{10}$

$=\left(\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{3}{4}\cdots\frac{8}{9}\cdot\frac{9}{10}\right)\cdot\left(\frac{3}{2}\cdot\frac{4}{3}\cdot\frac{5}{4}\cdots\frac{10}{9}\cdot\frac{11}{10}\right)$

$=\frac{1}{10}\cdot\frac{11}{2}=\frac{11}{20}$

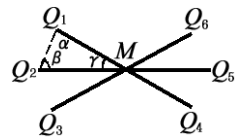
6. -4 $x=2+\sqrt{6}$, $x^2=10+4\sqrt{6}=2+4(2+\sqrt{6})=2+4x$, $x^2-4x-2=0$, $x^4-8x^3+15x^2+4x-6=(x^2-4x-2)(x^2-4x+1)-4=-4$.

7. 3143 1부터 10000까지에서 2000개의 수는 5로 완제된다. 이로부터 포함배제원리에 따라 2000+1428−285=3143개의 수는 5 또는 7로 완제될수 있다.

8. $x=a+b+c$ $a\cdot b\cdot c\neq 0$이므로 $a\cdot b\cdot c$를 두변에 곱하면 $(ab+bc+ca)x=3abc+a^2b+ab^2+b^2c+bc^2+c^2a+ca^2=(ab+bc+ca)(a+b+c)$ 이로부터 $x=a+b+c$이다.

Ⅲ. 풀이문제

1. 주어진 문제는 다음과 같이 쓸수 있다. 평면우에 6개 원이 있다. 매개 원의 중심이 모두 그 나머지 원밖에 있다면 평면우에는 동시에 6개 원안에 위치하는 점이 존재하지 않는다. 반증법으로 이 문제를 증명하자.

그림에서 평면우의 M점은 6개 원안에 있다고 하자. $MQ_1, MQ_2, \cdots, MQ_6$을 맺는다($Q_1, Q_2, \cdots, Q_6$은 이미 알고있는 6개 원의 중심이다). 그러면 반드시 $\angle Q_1MQ_2+\angle Q_2MQ_3+\cdots+\angle Q_6MQ_1=360^\circ$이다. 그리고 적어도 하나의 각은 60°보다 크지 않다. 이 각을 $\gamma=\angle Q_1MQ_2\leq 60^\circ$라고 하면 $\triangle MQ_1Q_2$에서 $\alpha+\beta+\gamma=180^\circ$, $\gamma\leq 60^\circ$이므로 $\beta\geq\alpha$라고 하면 $\alpha+\beta\geq 120^\circ$이다. 이로부터 $\beta\geq 60^\circ, \beta\geq\gamma$, $\triangle MQ_1Q_2$에서는 반드시 $Q_1M\geq Q_1Q_2>\gamma_1=$ 원 Q_1의 반경(Q_2은 원 Q_1밖에 있으므로)이다. 그리고 M은 원 O_1안에 있는 점이므로 $Q_1M<\gamma_1$, 이것은

모순이다. 이로부터 6개 원안에 동시에 존재하는 점은 있을수 없다는것이 증명되였다.

2. 정의 옹근수를 α라고 하면 $\alpha+100=m^2$, $\alpha+168=n^2$, 그중 m, n은 자연수이다. 두 식을 덜면 $n^2-m^2=68=(n-m)(n+m)$.

이로부터 $\begin{cases} n-m=2 \\ n+m=34, \end{cases}$ $\begin{cases} n=18 \\ m=16 \end{cases}$

$\alpha=m^2-100=256-100=156$

3. (1)로부터 $\begin{cases} x+2y-8=0 \\ 2-x=0 \end{cases}$ 을 얻는다. 이것을 풀면 $\begin{cases} x=2 \\ y=3 \end{cases}$ 이것을 두번째 방정식에 대입하면

$$2z^2+3z-5\sqrt{2z^2+3z+9}+3=0$$

이제 $t=\sqrt{2z^2+3z+9}$ 라고 하면 우의 방정식은 $t^2-5t-6=0$이다. 풀면 $t=6$ 또는 $t=-1$, $t\geq 0$이므로 $t=-1$은 제거한다. 그러므로 $2z^2+3z+9=36$, $z_1=3$, $z_2=-\dfrac{9}{2}$

검산하면 $\begin{cases} x=2 \\ y=3 \\ z=3, \end{cases}$ $\begin{cases} x=2 \\ y=3 \\ z=-\dfrac{9}{2} \end{cases}$

시 험 13

I. 선택문제

1. (ㄷ) $b=n$이라고 하면 $\dfrac{1}{(n-1)^2}+\dfrac{1}{n^2}+\dfrac{1}{(n+1)^2}=\dfrac{769}{3600}$ 이로부터

$$\begin{cases} \dfrac{3}{(n-1)^2}>\dfrac{769}{3600} \\ \dfrac{3}{(n+1)^2}>\dfrac{769}{3600} \end{cases} \Rightarrow n=\pm 4 \Rightarrow \begin{cases} a=3 \\ b=4 \\ c=5 \end{cases} \text{ 또는 } \begin{cases} a=-5 \\ b=-4 \\ c=-3 \end{cases}$$

2. (ㄱ) 구하려는 다 약분된 참분수는 분자가 1001의 약수인 분수를 제하여야만 구할수 있다. 그러므로 1001 –

$$\left(\frac{1001}{7}+\frac{1001}{11}+\frac{1001}{13}\right)+\left(\frac{1001}{13\times11}+\frac{1001}{13\times7}+\frac{1001}{11\times7}\right)-\frac{1001}{7\times11\times13}=720$$

3. (ㄱ)　　13741－7과 16980－6의 공통약수여야 한다. 즉 n=9가 나올수 있다.

4. (ㄷ)　　적이 최대로 되는 천의 자리의 두개수는 응당 8, 7이여야 한다. 그리고 백의 자리; 열의 자리; 하나의 자리는 각각 6, 5; 4, 3; 2, 1이여야 한다. 그리고 두개 수 a, b의 합이 일정할 때 $|a-b|$는 점점 작아지고 ab는 점점 커진다. 따라서 이 두개의 네자리수는 응당 8531과 7642이다.

5. (ㄷ)　　5전짜리 쇠돈을 x개 가지고있고 10전짜리 쇠돈은 $2x$개, 50전짜리 쇠돈은 $6x$개 가지고있다고 하면 총 액수는 $y = 5x + 2x\cdot10+6x\cdot50=325x$

6. (ㄷ)　　$\triangle FAB$에서 AB변우의 높이를 x라고 하면

$$x+\frac{\sqrt{3}}{3}x=\sqrt{1+\sqrt{3}},\ x=\frac{\left(3-\sqrt{3}\right)\sqrt{1+\sqrt{3}}}{2}$$

$$S_{\Delta ABF}=\frac{1}{2}\cdot\sqrt{1+\sqrt{3}}\cdot\frac{\left(3-\sqrt{3}\right)\sqrt{1+\sqrt{3}}}{2}=\frac{\sqrt{3}}{2}$$

7. (ㄱ)　　5개의 점 P_1, P_2, P_3, P_4, P_5에 대하여 최소로 하나의 무딘3각형을 구성할수 있다는것을 쉽게 증명할수 있다.

8. (ㄴ)　　$\frac{4-a^2}{ab-2b+a-2}=\frac{(2-a)(2+a)}{(a-2)(b+1)}=-\frac{2+a}{b+1}=-\frac{2+3}{-\frac{3}{4}+1}=-20.$

Ⅱ. 채우기문제

1. －1　　이미 알고있는것으로부터 $a=\frac{1}{2}$, $b=-1$, $0<\alpha^{1993}<1$, $\beta^{-1993}=-1$을 얻을수 있다. 따라서 $[\alpha^{1993}+\beta^{-1993}]=-1$

2. 6　　DE를 맺는다. $S_{\triangle ABE}=S_{DBEF}$로부터 $S_{\triangle ADE}=S_{\triangle FDE}$를 얻는다. 이로부터 $DE\parallel AC$ 따라서 $S_{\triangle DEB}=\frac{9}{25}S_{\triangle ABC}=\frac{18}{5}$, $S_{\triangle ABE}=\frac{5}{3}S_{\triangle DEB}=6$

3. $\sqrt[3]{4}$　　$3<3+[x]<5$로부터 $x^3=3+[x]=4, x=\sqrt[3]{4}$

4. 27　　가운데선 BD와 CE가 G에서 사귄다고 하면 $S_{\triangle ABC} = 2S_{\triangle BCD} = 3S_{\triangle BGC}$ 즉 $S_{\triangle BGC}$가 최대일 때 $\triangle ABC$의 면적은 최대로 된다. 그리고 $\angle BGC = 90^\circ$ 이므로 $BG = GC$일 때 $\triangle BGC$의 면적이 최대로 된다. 최대값은 9이다. $\triangle ABC$의 면적의 최대값은 27이다.

5. 86

6. n의 최소값은 10　　C_1가 AB의 가운데점이고 $l_1=\frac{1}{2}$, C_2은 AC_1의 가운데점, $l_2=\frac{1}{4}\cdots$이라는것을 쉽게 증명할수 있다.

7. $x = 13$　　$t = x^2 - 10x - 45$라고 하면 주어진 방정식은 $\frac{1}{t+16}+\frac{1}{t}-\frac{2}{t-24}=0$ 이다. t를 얻은 후 x를 얻으면 $x = 13$을 얻을수 있다.

8. $\sqrt{13}$　　BD에 대한 E의 대칭점 E_1를 그리자. 그러면 $PE + PC$의 최소값은 CE_1의 길이이다.

Ⅲ. 풀이문제

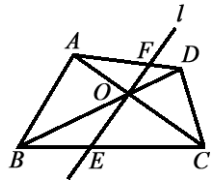
1. $(ab-1)(bc-1)(ca-1) = a^2b^2c^2 - abc(a+b+c) + ab + ac + bc - 1$이고 $(ab-1)(bc-1)(ca-1)$이 abc로 완제되므로 $ab + ac + bc - 1 = kabc$가 성립되는 자연수 k가 존재한다. 따라서 $1 \le k = \frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}-\frac{1}{abc} < \frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c} < \frac{3}{a}$ $(\because 1 < a < b < c) \le \frac{2}{3}$ 이다. ∴ $k = 1$ 만일 $a \ge 3$이면 웃식으로부터 $1=\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}-\frac{1}{abc} < \frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{5} = \frac{47}{60}$ 이것은 불가능하다. 따라서 $2 \le a \le 3$이다. $a = 2$를 (2)식에 대입하면 $0 < b < 4$. ∴ $b = 3$ 더 전개하면 $c = 5$이다.

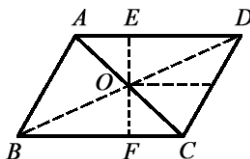
2. 세걸음으로 나눈다.

① 이 4각형의 대각선들은 서로 수직이라는것을 증명한다;

② 이 4각형은 등변4각형이라는것을 증명한다;

③ 이 4각형은 바른4각형이라는것을 증명한다;

①은 반증법으로 증명하자. 그림에서 대각선들이 수직이 아니라고 가정하자. $\angle BOC$를 무딘각이라고 하자. 점 O를 지나는 직선 l을 AC와 수직되게 그리고 l과 BC와 E에서 사귄다고

하면 $S_{\triangle AOB} < S_{AOEB} = S_{\triangle COE} < S_{\triangle COB}$ 그러면 $OA < OC$ 이와 같이 AD의 한쪽에서 $OA > OC$ 이것은 모순된다.

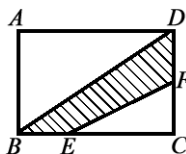
② $AC \perp BD$이고 $S_{\triangle OAD} = S_{\triangle OCD} = S_{\triangle OBC} = S_{\triangle OAB}$ 라는데로부터 $OA = OB = OC = OD$를 알수 있다. 이로부터 등변4각형이다.

③ $BD=AC$를 증명하여야만 한다. 그렇지 않으면 $BD > AC$여야 한다. 점 O를 지나면서 AD에 수직인 선분 EF를 그리자. 그리고 $OG \perp EF$ 되게 하면 $S_{OFCG} = S_{OEDG}$ 그러면 $DE = FC$이다. 그러나 $BD > AC$이므로 $OD > OC$이다. 그러므로 $DE > FC$도 모순된다. 따라서 $BD = AC$이므로 이 4각형은 바른4각형이다.

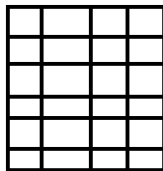
3. 먼저 $a + b = c + d$를 증명하자. $a + b > c + d$라고 하면 $(a + b)^2 + 2a + b \geq (c + d + 1)^2 + 2a + b = (c + d)^2 + 2(c + d) + 1 + 2a + b > (c + d)^2 + 2c + d$이다. 모순이다. 따라서 $a + b = c + d$이다. 이것을 주어진 식에 대입하면 $a = c, b = d$이다.

시 험 14

I. 선택문제

1. (ㄴ)

만일 $CF = m, BE = n$이라고 하면 $CD = 2m, BC = 3n, CE = 2n$이다. 사선친 부분의 면적 $S = S_{\triangle BCD} - S_{\triangle ECF} = \frac{1}{2} \cdot 2a \cdot 3b - \frac{1}{2} a \cdot 2b = 2ab, S_{ABCD} = 2a \cdot 3b = 6ab = 3S$ 즉 직4각형의 면적은 사선친 부분의 면적의 3배와 같다.

2. (ㄷ)　매 사람이 다 붓 또는 연필을 살수 있다. 여기에는 두가지 가능성이 있다. 또한 매 2명에게는 또 4가지 가능성을 가지고 있다. 그러므로 4명에게는 16가지 가능성이 있다. 모두가 붓을 살 하나의 가능성을 제외한다. 따라서 모두 15가지 방법이 있다.

3. (ㄹ)　주어진 바른4각형의 변의 길이 x가 조건을 만족시키므로 $4x + 2(5 + 3)x = 24$ 즉 $20x = 24, x = \frac{6}{5}$ 따라서 바른4각형의 면적은 $x^2 = \frac{36}{25}$ 이다.

4. (ㄴ)　새로운 99개수의 총합 $= 300 + 90 - 9 \times 2 = 372$ 이 99개

의 수가운데서 적어도 하나는 짝수(아니면 99개의 수가 모두 홀수이면 그 총합은 홀수이다. 이것은 372와 모순된다.)이다. 그러므로 그것들의 합은 반드시 짝수이다.

5. (ㄷ)　　$x^2+x-3n=(x+a)(x+b)$라고 하자. 여기서 a, b는 옹근수이다. 그러면 $a+b=1$, $ab=-3n<0$이라는것을 알수 있다. a와 b는 부호가 다르다. 그중 $a>0$이면 $n=-\frac{ab}{3}=\frac{n(n-1)}{3}$중에서 $1\le n\le 1990$, n은 옹근수이다. 그러므로 a는 3, 4, 6, 7, 9, 10, …, 72, 73, 75, 76을 취할수 있다($\because$ $78\times 77\div 3=2002>1990$). 모두 50가지 취할수 있다. 이로부터 n이 취할수 있는 수값은 50개 있다는것을 알수 있다.

6. (ㄱ)　　$n=0$부터 9까지의 자연수들의 두제곱을 차례로 관찰해 보면 n의 마지막 자리수는 0, 1, 2, …, 9이고 n^2의 마지막 자리수는 0, 1, 4, 9, 6, 5, 6, 9, 4, 1, n^3의 마지막자리수는 0, 1, 8, 7, 4, 5, 6, 3, 2, 9, n^4의 마지막자리수는 0, 1, 6, 1, 6, 5, 6, 1, 6, 1, n^5의 마지막자리수는 0, 1, 2, …, 9라는것을 알수 있다. 명백히 n^5과 n의 마지막자리수는 같다. 같은 원리로부터 n^{4p+q}과 n^q의 마지막자리수는 같다(p, q는 정의옹근수). $9999=4\times 1111+5555$이므로 n^{9999}과 n^{5555}의 마지막자리수는 같다. 그 차의 마지막자리수는 항상 0이다.

7. (ㄴ)　　수평길에서의 자전거속도를 υ km/h라고 하면 A는 $\frac{5}{\upsilon-5}+\frac{5}{\upsilon+5}$(h) 리용하였다. B는 $\frac{10}{\upsilon}$(h) 리용하였다. 그리고 $\frac{5}{\upsilon-5}+\frac{5}{\upsilon+5}=\frac{10}{\upsilon-\frac{25}{\upsilon}}<\frac{10}{\upsilon}$ 즉 B가 먼저 우편국에 돌아왔다.

8. (ㄷ)　　매차 4사람이 얻은 점수의 합계수와 네개의 루계점수의 총합을 비교하면 모두 3차표부터 출발하였다는것을 알수 있다. 16점 얻은 사람이 마지막 한차에 2점을 얻는다는데로부터 앞의 2차까지 모두 14점 얻는다. 그리고 2, 4, 7, 13이 네수중 련속 2번 7을 취해야만 14점을 얻을수 있다.

Ⅱ. 채우기문제

1. 1981045　　두제곱차공식을 리용하여 간단히 하고 법칙을 찾아 합을 구한다.

2. －3　　인수분해, 두제곱차공식을 리용한 다음 다시 대입하여 값을 구한다.

3.　9　　4.　$EF:FD=2:1$

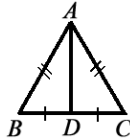
5. 926100 $800000\times(1+5\%)^3=800000\times(1.05)^3=800000\times1.157625=926100$.

6. 5 방정식의 왼변의 분자, 분모에 동시에 8을 곱하면 $\frac{6x-20}{3+1}=2.5$를 얻는다. 이로부터 $6x-20=10$을 얻는다. ∴풀이는 $x=5$이다.

7. 4. 8 $3*2=(3^2-2^2)\div(3\times2)=\frac{5}{6}$이므로 $\frac{25}{6}*(3*2)=\frac{25}{6}*\frac{5}{6}=$

$$\left[\left(\frac{25}{6}\right)^2-\left(\frac{5}{6}\right)^2\right]\div\left(\frac{25}{6}\times\frac{5}{6}\right)=\left(25^2-5^2\right)\div(25\times5)=(5^2-1)\div5=4.8$$

8. 3529 세로방향으로 19×91개의 성냥가치가 리용되였으므로 가로방향으로 90×20개의 성냥가치가 리용되였다. 따라서 모두 $19\times91+90\times20=3529$개 리용되였다.

Ⅲ. 풀이문제

1. 두가지 상태로 나누어 론하자.

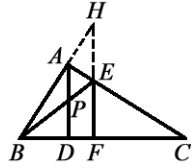
① 직선이 2등변3각형의 정각정점을 지날 때

② 직선이 2등변3각형의 밑각의 정점을 지날 때

이로부터 이 문제는 네개의 풀이를 가진다. 즉 2등변3각형의 정각은 각각 $90^\circ, 108^\circ, 36^\circ, 25^\circ 42'$과 같다.

2. FE와 BA의 연장선은 점 H에서 사귄다. $AD \parallel HF$이고 P가 AD의 가운데점이라는데로부터 $HE=EF$이다. 그리고 $\angle HAC=90^\circ$, $\angle EFC=90^\circ$, H, C는 같은쪽에 있으므로 H, A, F, C는 하나의 원안에 놓인다. 이로부터 $HE\cdot EF=AE\cdot EC$, ∴ $EF^2=AE\cdot EC=3\times12=36$ 즉 $EF=6$

3. 만일 k가 홀수이라면 즉 $k=2m+1$이라고 할 때 $2k+1=4m+3$이다. 만일 k가 짝수이라면 즉 $k=2m$일 때 $2k-1=4m-1=4(m-1)+3$

이다. 즉 $2k-1$, $2k+1$ 두 홀수중 적어도 하나는 4로 나눈 나머지가 3이다. 이제 $4m+3$의 옹근수가 두 옹근수의 두제곱의 합과 같을수 없다는것을 증명해보자. $4m+3=a^2+b^2$(a, b는 옹근수)이라고 가정하자. 만일 a, b가 모두 홀수라면 즉 $a^2+b^2=4m_1+1+4m_2+1$ $=4m+2$이다. 만일 a, b가 모두 짝수라면 즉 $a^2+b^2=4m_1+4m_2=4m$이다. 이로부터 임의의 두 옹근수의 두제곱의 합을 4로 나눈 나머지가 모두 3이 아니라는것을 알수 있다. 다시말하여 4로 나눈 나머지가 3인 옹근수는 두 옹근수의 두제곱의 합과 같을수 없다. 따라서 $2k-1$, $2k+1$ 가운데서 적어도 하나는 두 옹근수의 두제곱의 합과 같을수 없다.

시 험 15

I. 선택문제

1. (ㄱ) $b^a>0, a^b<0, a^{\frac{1}{b}}<0$이므로 (ㄴ)와 (ㄹ)는 아니다. 그리고 $a^b-a^{\frac{1}{b}}=a^{\frac{1}{b}}\left[\left(a^{b^2-1}\right)^{\frac{1}{b}}-1\right]$이고 $-1<a<0$이므로 b^2-1은 짝수이다. 즉 $\left(a^{b^2-1}\right)^{\frac{1}{b}}-1<0\Rightarrow a^b>a^{\frac{1}{b}}$.

2. (ㄹ)
$a>0$, $b<0$, $c\geq 0$이므로 $abc\leq 0$, ∴주어진 식은 $-abc+abc+ab=ab$

3. (ㄱ)

4. (ㄹ) $\frac{b+4c}{2}=\frac{c}{3}\Rightarrow\frac{b+4c}{c}=\frac{2}{3}\Rightarrow\frac{b}{c}=\frac{-10}{3}\Rightarrow\frac{-a}{-5}=\frac{b}{-10}=\frac{c}{3}\Rightarrow$ $\frac{-a+2b}{b}=\frac{-25}{-10}$ 그리고 $\frac{-a+2b}{-25}=\frac{b}{-10}=\frac{c}{3}$이므로 -25이다.

5. (ㄴ) $AC=AD$이므로 $\angle ACD=\angle ADC$이다. 같은 원리로부터 $\angle BCE=\angle BEC$이다. $\triangle ECD$에서 $\angle EDC+\angle CED+\angle DCE=180^\circ$ ……① 그리고 $\angle ACB=90^\circ$이므로 $\angle ACD+\angle BCE-90^\circ=\angle DCE$……②이다. ②로부터 $\angle EDC+\angle CED=\angle DCE+90^\circ$ ……③을 얻는다. 이것을 ①에 대입하면 $\angle DCE=45^\circ$이다.

6. (ㅁ) 임의의 두 직선이 평행이 아니고 임의의 세점이 공통점이 아닐 때에만 평면을 최대로 나눌수 있다. 세개의 직선은 하나

의 평면을 최대로 7개 부분으로 나누며 네번째 직선은 앞에 말한 세직선과 사귀여 《네토막》으로 나눈다는것을 쉽게 증명할수 있다. 이로부터 네개의 직선은 평면을 3개 직선보다 4부분 더 많이 나눈다. 즉 7+4=11개 부분이다. 같은 원리로부터 5개 직선은 하나의 평면을 최대로 11+5=16개 부분으로 나눌수 있다.

7. (ㄹ) 점 O에서 AC와 BD가 사귀게 AC를 맺고 PO를 맺으면 $PO \parallel DC$이다.

$\therefore S_{\triangle DPO}=S_{\triangle CPO}, S_{\triangle BPD}=S_{\triangle BPC}-S_{\triangle BOC}=\frac{\sqrt{3}}{4}-\frac{1}{4}=\frac{\sqrt{3}-1}{4}$

8. (ㄴ) 1, 2, 3, ⋯, 100의 임의의 배렬을 $a_1, a_2, \cdots, a_{100}$이라고 하면 $A \le a_1+a_2+\cdots+a_{10}, A \le a_{11}+a_{12}+\cdots+a_{20}, \cdots, A \le a_{91}+a_{92}+\cdots+a_{100}$이다. 이 열개의 식을 더하면 $10A \le a_1+a_2+\cdots+a_{100}=1+2+\cdots+100=5050$을 얻는다. 즉 $A \le 505$

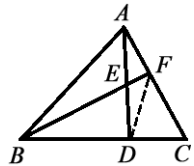
Ⅱ. 채우기문제

1. 0
2. $4+x$
3. $16\frac{4}{11}$min과 $49\frac{1}{11}$min 정각 9시에 시침은 분침보다 270° 앞에 있다. 매분당 칸은 6°이다. 따라서 직선은 180°와 0°를 이룬다. x분후에 두 바늘이 일직선에 놓인다고 하자. $45+\frac{x}{12}=x+30$과 $\frac{x}{12}+45=x$, 각각 풀면 $16\frac{4}{11}$min과 $49\frac{1}{11}$min.
4. $b \le x \le a$

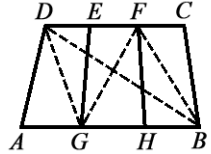
$x \ge a$일 때 $2x-a-b=a-b \Rightarrow x=a$; $b < x < a$일 때 $a-b=a-b \Rightarrow b < x < a$; $x \le b$일 때 $-2x+a+b=a-b \Rightarrow x=b$이므로

$\therefore$ $b \le x \le a$이 옳다.

5. $\frac{1}{15}$ $\triangle ABC$에서 FD를 맺으면 $BD=\frac{2}{3}BC$이므로

$\therefore$ $S_{\triangle ABD}=\frac{2}{3}S$이다. $AE=ED$이므로 $S_{\triangle ABE}=\frac{1}{3}S$, $S_{\triangle AEF}=S_{\triangle EFD}$, $S_{\triangle FBD}=2S_{\triangle EDC}$이다. 이로부터 $S_{\triangle ABF}=S_{\triangle DBF}$이므로 $\frac{1}{3}S+S_{\triangle ABE}=2\left(\frac{1}{3}S-2S_{\Delta AEF}\right)$

$\therefore\ S_{\triangle AEF}=\frac{1}{15}S$

6\. $1 < x < 4$ 문제의 의미로부터 $0 < \sqrt{x}-1<1$ 즉 $1 < \sqrt{x} < 2$이다. $\therefore 1 < x < 4$.

7\. $\frac{1}{3}$ 그림과 같이 FG, DG, FB, DB를 맺는다.

$S_{\triangle EGF}=S_{\triangle EGD}$, $S_{\triangle HFG}=S_{\triangle HFB}$이므로 $S_{\triangle GBF}=2S_{GHFE}$ ……①

$DE=EF=FC$, $AG=GH=HB$이므로 $S_{\triangle DBC}=3S_{\triangle FBC}$, $S_{\triangle DBA}=3S_{\triangle DGA}$이다.

$\therefore\ S_{ABCD}=3(S_{\triangle FBC}+S_{\triangle PGA})$; $S_{\triangle FBC}+S_{\triangle PGA}=\frac{1}{3}S_{ABCD}$……②,

① + ②로부터 $S_{ABCD}=2S_{GHFE}+\frac{1}{3}S_{ABCD}$, $\therefore\ S_{ABCD}=3S_{EFGH}$

8\. 1 $a=\sqrt[3]{5+2\sqrt{13}}$, $b=\sqrt[3]{5-2\sqrt{13}}$, $x=a+b$라고 하면 $x^3=a^3+3ab(a+b)+b^3=10+3\sqrt[3]{-27}x$ 즉

$x^3+9x-10=0 \Rightarrow (x-1)(x^2+x+10)=0$, $\therefore\ x=1$,

따라서 1을 넣는다.

Ⅲ. 풀이문제

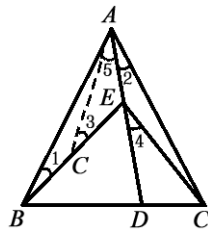
1\. 황동을 100몫이라고 하면 이 100속에는 x몫의 동과 $(100-x)$몫의 아연이 들어있다. 이제 혼합물속에 황동 $100a$, 청동 $100b$ 포함되여있다고 하자. 그러면 황동속에는 ax의 동과 $a(100-x)$의 아연이 포함되여있다. 같은 원리로 청동속에는 동 $80b$, 아연 $4b$와 석 16이 포함된다. 비례식을 세우면

$\frac{ax+80b}{74}=\frac{a(100-x)+4b}{16}=\frac{16b}{10}$, $\therefore\ 10(ax+80b)=74\times16b$, $10ax=384b$. 같은 원리로부터 $10a(100-x)+40b=256b$, $10a(100-x)=216b$.

$\therefore \frac{x}{100-x}=\frac{384}{216}=\frac{16}{9}$, 즉 황동속에 들어있는 동과 석의 비는 16:9이다.

2\. $\angle BED=\angle BAC$이므로 $\angle 1=\angle 2$이다. 그리고 $AB=AC$이므로 BE우에서 $BG=AE$ 되는 점 G를 취하고 AG를 맺으면 $\triangle ABG\equiv\triangle CAE$이다. 이로부터 $\angle 3=\angle 4$

결론을 보면 $BD=2CD$를 증명하여야 한다. $S_{\triangle ABD}=2S_{\triangle ADC}$를 증명할수 있다. $S_{\triangle AEB}=2S_{\triangle AEC}$, $\triangle ABG\equiv\triangle CAE$로부터 $S_{\triangle ABG}=S_{\triangle CAE}$이다. $S_{\triangle AGE}=S_{\triangle ABE}$를 증명하여야만 한다. 즉 $BG=GE$를 증명하여야 한다. $BG=AE$

되게 그리면 $EG=EA$를 증명하여야 한다. 즉 $\angle 3=\angle 5$를 증명해야 한다. 그리고 $\angle BED=2\angle DEC=2\angle 4$, $\angle BED=\angle 3+\angle 5$이므로 $2\angle 4=\angle 3+\angle 5$, $\angle 3=\angle 4$이다. $\therefore \angle 5=\angle 4=\angle 3$, 이로부터 증명되였다.

3. $a^2+2bc=12$ ……①, $b^2+2ca=12$ ……②, $c^2+2ab=12$……③, ①+②+③으로부터 $a+b+c=6$(부의 값은 버린다.)……④, ①－②로부터 $(a-b)(a+b-2c)=0$을 얻는다. 만일 $a-b=0$, 즉 $a=b$이면 ①로부터 $a^2+2ac=12$……⑤이다. ③으로부터 $c^2+2a^2=12$……⑥, ⑥－⑤로부터 $(c-a)^2=0\Rightarrow c=a$, $\therefore a=b=2$; 만일 $a+b-2c=0$, 즉 $a+b=2c$라면 $a+b+c=6$이므로 $3c=6$, $c=2$, $\therefore a+b=4$이다. ②로부터 $b^2+a(a+b)=12$ 즉 $(4-a)^2+4a=12$이다. $\therefore a=2$ 즉 $a=b=c=2$이다. 이로부터 $\triangle ABC$는 등변3각형이다.

시 험 16

I. 선택문제

1. (ㄴ) 조건으로부터 $4x^2(x-y)-y^2(x-y)=0\Rightarrow(x-y)(2x+y)(2x-y)=0\Rightarrow y=x$ 또는 $y=-2x$ 또는 $y=+2x$를 얻는다. 각각 구하면 주어진 식은 2 또는 $-\frac{5}{2}$ 또는 $\frac{5}{2}$이다. 따라서 그 합은 2이다.

2. (ㄹ) 분수식이 의미를 가지자면 $12-3|y|\neq 0\Rightarrow y\neq \pm 4$

3. (ㄴ) 세변이 a, b, c이고 $a-b=7$이라고 하면 a, b는 하나는 홀수, 하나는 짝수이다. 그리고 $a+b+c$는 홀수이다. 그러므로 c는 짝수이다. 또한 3각형의 두변의 차는 세번째 변보다 작다. 즉 $c>a-b=7$, $\therefore$세번째 변의 길이는 8이 될수 있다.

4. (ㄴ) n이 홀수일 때 $p=n+(n^2-1)=n^2+n-1=n(n+1)-1$이므로 p는 홀수이다. n이 짝수일 때 $p=n+(n^2-1)^0$, $n^2-1\neq 0$이므로 $p=n+1$은 홀수이다.

5. (ㄹ) ME는 직3각형 BEC의 빗변 BC의 가운데선이다. $\therefore ME=BM=MC$ 같은 원리로부터 $MF=BM=MC$, $\therefore\triangle BMF$, $\triangle MFC$, $\triangle BEM$, $\triangle MEC$, $\triangle MEF$는 모두 등변3각형이다.

6. (ㄹ) $x^2+6x-7-(x^2+x-2)=5(x-1)$이므로 주어진 방정식으로부터 $\sqrt{x^2+6x-7}+\sqrt{x^2+x-2}=5$이다. 이것과 주어진 방정식을

련립시켜 $\sqrt{x^2+6x-7}=\frac{1}{2}(x+4)$를 얻는다. 풀면 $x_1=2, x_2=-\frac{22}{3}$이다. $x-1=0$이라고 하면 $\sqrt{x^2+6x-7}-\sqrt{x^2+x-2}=0 \Rightarrow x=1$을 얻는다. 검산하면 $x_1=2$, $x_2=1$은 주어진 방정식의 풀이이다. $-\frac{22}{3}$는 증가풀이이다. ∴적은 2이다.

7. (ㄷ)　　항등식을 변형하면 $3y^2-(3x+7)y+3x^2-7x=0$이다. 이것을 y에 관한 1원2차방정식으로 보면 y는 방정식의 옹근수풀이이므로 $\triangle=(3x+7)^2-4\cdot 3\cdot(3x^2-7x)\geq 0 \Rightarrow \frac{21-14\sqrt{3}}{9}\leq x\leq\frac{21+14\sqrt{3}}{9}$ 이다. x는 옹근수이므로 $x=1, 2, 3, 4, 5$이다. 이것을 주어진 방정식에 대입하면 $x=4, 5$일 때 $\begin{cases}x=4\\y=5\end{cases}$ 또는 $\begin{cases}x=5\\y=4\end{cases}$ 두 쌍이다.

8. (ㄱ)　　$\sqrt[3]{ax^2+by^2+cz^2}=\sqrt[3]{\frac{ax^3}{x}+\frac{by^3}{y}+\frac{cz^3}{z}}=\sqrt[3]{ax^3\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}\right)}$

$=\sqrt[3]{a}x$, $ax^3=by^3=cz^3$이므로 $y=\sqrt[3]{\frac{a}{b}}x$, $z=\sqrt[3]{\frac{a}{c}}x$ 이것을 $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}=1$에 대입하면 $\frac{1}{x}+\sqrt[3]{\frac{b}{a}}\cdot\frac{1}{x}+\sqrt[3]{\frac{c}{a}}\cdot\frac{1}{x}=1\Rightarrow x=1+\sqrt[3]{\frac{b}{a}}+\sqrt[3]{\frac{c}{a}}$ 를 얻는다.

∴ $\sqrt[3]{ax^2+by^2+cz^2}=\sqrt[3]{a}\cdot\left(1+\sqrt[3]{\frac{b}{a}}+\sqrt[3]{\frac{c}{a}}\right)=\sqrt[3]{a}+\sqrt[3]{b}+\sqrt[3]{c}$, ∴ 주어진 식은 0이다.

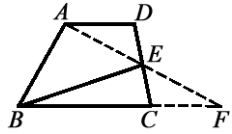
Ⅱ. 채우기문제

1. $x^2+4x-1=u$라고 하면 주어진 식$=(x^2+4x+3)(x^2+4x-5)+12=(u+4)(u-4)+12=(u+2)(u-2)=(x^2+4x+1)(x^2+4x-3)=(x+2+\sqrt{3})(x+2-\sqrt{3})(x+2+\sqrt{7})(x+2-\sqrt{7})$

2. 65　　$3p+5q=21$이고 p, q는 씨수이므로 $p=2, q=3, p^3+p^2q+pq^2+q^3=(p+q)^3-2pq(p+q)=65$이다.

3. $\angle\alpha=\frac{1}{2}(180^\circ-\angle A)$　　$\triangle ABC$에서 $AB=AC$이므로 $\angle B=\angle C$, $\triangle BDF\equiv\triangle CED$, $\angle CDE=\angle BFD$, ∴ $\angle\alpha=180^\circ-(\angle BDF+\angle CDE)$

$=180^\circ-(\angle BDF+\angle BFD)=\angle B=\frac{1}{2}(180^\circ-\angle A)$

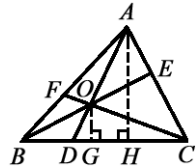
4. 2　　AE와 BC의 연장선은 F에서 사귄다. $AD \parallel BC$이므로 $\angle D=\angle ECF$. ∴ $\triangle AED\equiv\triangle FEC$, $S_{\triangle ADE}=S_{\triangle FEC}$, $AE=FE$. 그리고 $\triangle ABE$와 $\triangle EBF$는 밑변이 같고 높이도 같다. ∴ $S_{\triangle ABE}=S_{\triangle EBF}=\frac{1}{2}S_{\triangle ABF}$

$=\frac{1}{2}(S_{ABCD}+S_{\triangle FEC})=\frac{1}{2}(S_{ABCD}+S_{\triangle ADE})=\frac{1}{2}S_{ABCD}$, ∴ $S_{ABCD}=2$

5. 0　　$x=0$은 주어진 방정식의 풀이가 아니므로 간단히 하면 $\dfrac{1}{\frac{x^2+6}{x}-2}+\dfrac{1}{\frac{x^2+6}{x}-11}+\dfrac{1}{\frac{x^2+6}{x}+13}=0$ 이다. $\frac{x^2+6}{x}=y$ 라고 하면 $\frac{1}{y-2}+\frac{1}{y-11}+\frac{1}{y+13}=0$. 이것을 정리하여 $y^2=49\Rightarrow\frac{x^2+6}{x}=\pm7\Rightarrow$ $x_1=1, x_2=6, x_3=-1, x_4=-6$을 얻는다. 따라서 풀이의 합은 0이다.

6. $\frac{1-x^{2^{n+1}}}{1-x}(x\neq1),\ 2^{n+1}(x=1)$

(1) $x\neq1$일 때 주어진 식$=\frac{1-x}{1-x}(1+x)(1+x^2)\cdots\left(1+x^{2^n}\right)=\frac{1-x^{2^{n+1}}}{1-x}$

(2) $x=1$일 때 주어진 식$=\underbrace{2\cdot2\cdots\cdots2}_{n+1\text{개}}=2^{n+1}$

7. 1　　점 O에서 BC에 수직선을 긋고 그 밑점을 G라고 하자. 그리고 A에서 BC에 수직선을 긋고 그 밑점을 H라고 하자. 그러면 $OG\parallel AH$, $\frac{OD}{AD}=\frac{OG}{AH}$,

$S_{\triangle BOC}=\frac{1}{2}OG\cdot BC$,　$S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}AH\cdot BC$이므로

$\frac{OD}{AD}=\frac{S_{\Delta BOC}}{S_{\Delta ABC}}$ 이다. 같은 원리로부터 $\frac{OE}{BE}=\frac{S_{\Delta AOC}}{S_{\Delta ABC}}$, $\frac{OF}{CF}=\frac{S_{\Delta AOB}}{S_{\Delta ABC}}$,

∴ $\frac{OD}{AD}+\frac{OE}{BE}+\frac{OF}{CF}=\frac{S_{\Delta BOC}}{S_{\Delta ABC}}+\frac{S_{\Delta AOC}}{S_{\Delta ABC}}+\frac{S_{\Delta AOB}}{S_{\Delta ABC}}=1$

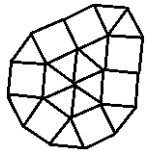
8. $(x-y)(y-z)(2x+y+z)$　　$y=ax$, $z=bx$로 취하면 $a^2+b^2=1$이다.

∴ 주어진 식 $=x^3(1-a^3-b^3)=x^3(a^2+b^2-a^2-b^2)=x^3[a^2(1-a)+b^2(1-b)]=x^3[(1-b^2)(1-a)+(1-a^2)(1-b)]=x^3(1-a)(1-b)(2+a+b)=(x-ax)(x-bx)(2x+ax+bx)=(x-y)(y-z)(2x+y+z)$.

Ⅲ. 풀이문제

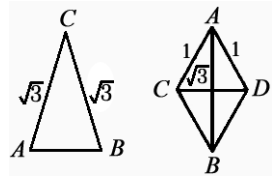
1. 증명하자. $m=1^n+2^n+\cdots+1996^n$이라고 하면 $2m=(1^n+1996^n)+(2^n+1995^n)+\cdots+(1996^n+1^n)$이다. n은 홀수이므로 $2m$은 1997로 완제된다. 그리고 $2m=(0+1996^n)+(1^n+1995^n)+\cdots+(1996^n+0)$이므로 $2m$은 1996으로 완제된다. 이제 $m=1996\times1997k$라고 하면 $m=\frac{1}{2}\times1996\times1997\times k=(1+2+\cdots+1996)k$이므로 m은 $(1+2+\cdots+1996)$으로 완제될수 있다.

2. 그림과 같이 볼록11각형의 내각이 60°와 90°로 이루어진다. 다만 $60^\circ, 90^\circ, 120^\circ, 150^\circ$ 네가지가 가능하다. $60^\circ, 90^\circ, 120^\circ, 150^\circ$의 내각이 각각 x, y, z, w개 있다고 하면

$$\begin{cases} x+y+z+w=11\cdots\cdots① \\ 60x+90y+120z+150w=(11-2)\cdot180\cdots\cdots② \end{cases}$$

②로부터 $2x+3y+4z+5w=54\cdots\cdots③$

①×5−③으로부터 $3x+2y+z=1$을 얻는다. 이것들은 모두 부수가 아닌 옹근수이므로 $x=0, y=0, z=1$만이 될수 있다. $\therefore w=10$

3. 증명

문제의미로부터 3가지 채색방법에 따라 평면우에는 거리가 1인 같은색이 두점 있다고 가정하자. (1) 임의의 두점 A, B를 취하되 거리가 1이다. 먼저 그우에 두가지 종류의 색을 칠하고 이것을 A색, B색이라고 하자. 이 A, B를 원의 중심으로 하여 $\sqrt{3}$의 반경으로 C점에서 사귀게 원호를 그리면 C점에 무슨 색을 칠하는가에 따라 반드시 거리가 $\sqrt{3}$인 다른 색갈의 점이 나타난다. 따라서 평면우에는 거리가 $\sqrt{3}$인 서로 다른 색갈의 두점이 존재한다. (2) 평면우에서 두점사이거리가 $\sqrt{3}$인 서로 다른 색갈의 두점 A, B를 취하고 다시 A, B를 중심으로 반경이 1인 원호를 각각 그리고 그 사귐점을 C, D라고 하자(그림). 그러면 $\triangle ACD$와 $\triangle BCD$는 모두 변의 길이가 1인 바른3각형이다. 이로부터 세가지 색으로만 칠할수 있으며 C, D의 거리는 1이다. 따라서 C, D의 위치에서 어느 색을 (A, B, C색) 칠하든지 모

두 두개의 거리가 1인 같은 색갈의 점이 존재한다는것은 모순된다.

시 험 17

I. 선택문제

1. (ㄹ) $a \le 0$임을 쉽게 알수 있으므로 $1+991a \ge 1+992a \ge 1+993a$이다. $\therefore x \le y \le z$

2. (ㄴ) 볼록1992각형의 내각의 합이 $(1992-2)\times 180^\circ = 1990\times 180^\circ = 1988\times 180^\circ + 360^\circ > 1998\times 180^\circ +$네개의 뾰족각들의 합이다. 즉 이 볼록1992각형은 최대로 3개의 뾰족각을 가진다. 따라서 뾰족각이 아닌 각은 적어도 1989개이다.

3. (ㄷ) (4)는 틀린다. $|x+2| = -x-2$ 이므로 $x+2 \le 0$이라는것을 알수 있다. 따라서 $x \le -2$이다.

4. (ㄴ) $x < 1$이므로 $\left|\sqrt{(x-1)^2} + \sqrt{(2-x)^2}\right| = (1-x)+(2-x) = 3-2x$.

5. (ㄴ) 공식 $x^3+y^3+z^3-3xyz = (x+y+z)(x^2+y^2+z^2-yz-zx-xy)$로부터 $a^3-b^3+c^3+3abc = (a-b+c)(a^2+b^2+c^2+bc-ca+ab)$을 알수 있다.

6. (ㄹ) 생활상식도서가 x권 있다고 하자. 과학기술도서: 생활상식도서=2:4이므로 과학기술도서를 3배로 증가시킨 후 이 비률은 6:4로 변한다. 이때 생활상식도서는 22% 차지한다. 그러면 과학기술도서는 33%, 문학도서는 45% 차지한다. 방정식을 세우면 $\frac{35}{x} = \frac{45}{22} - \frac{5}{4}$, 이것을 풀면 $x = 44$이다.

7. (ㄱ) 바른4각형의 변의 길이를 1이라고 하면 $\triangle A_1AA_2$, $\triangle B_1BB_2$, $\triangle C_1CC_2$, $\triangle D_1DD_2$의 면적은 각각
$\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}$, $\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}\times\frac{1}{4}\times\frac{1}{5}$, $\frac{1}{2}\times\frac{1}{5}\times\frac{1}{6}$이고 그 합은
$\frac{1}{2}\times\left(\frac{1}{2\times 3}+\frac{1}{3\times 4}+\frac{1}{4\times 5}+\frac{1}{5\times 6}\right) = \frac{1}{2}\left[\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)+\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{4}\right)+\left(\frac{1}{4}-\frac{1}{5}\right)+\left(\frac{1}{5}-\frac{1}{6}\right)\right] = \frac{1}{2}\times\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{6}\right) = \frac{1}{6}$이다. 따라서 사선친 부분의 면적은 $\frac{5}{6}$이고 바른4각형의 면적은 사선친 부분의 면적의 $\frac{6}{5}$배이다.

8. (ㄱ) 만일 세사람의 표가 같은것이 없다면 표의 총수는 적

어도 $2\times(1+2+3+4)+5=25$장 있다. 그러므로 (ㄱ)가 성립한다(만일 세 사람이 각각 1장, 3장, 4장의 표를 가진다면 (ㄴ)가 될수 없다; 또한 만일 3명이 2장, 6명이 3장을 가진다면 (ㄷ), (ㄹ)가 될수 없다).

Ⅱ. 채우기문제

1. $10\frac{8}{9}$ 주어진 식 $=\left(-\frac{6}{5}-\frac{7}{3}\div\frac{7}{2}\right)\times\left(-\frac{5}{3}-\frac{25}{6}\right)$

$$=\left(-\frac{5}{6}-\frac{2}{3}\right)\times\left(-\frac{35}{6}\right)=\frac{28}{15}\times\frac{35}{6}=10\frac{8}{9}.$$

2. $x>\frac{1}{4}$ 부등식을 간단히 하면 $\frac{8}{3}\left(\frac{21}{8}x+\frac{9}{4}\right)-\frac{3}{2}<\frac{20}{3}\left(\frac{21}{4}x-\frac{5}{6}\right)$ $+\frac{11}{2}$, 즉 $7x+6-\frac{3}{2}<35x-8+\frac{11}{2}$, $7<28x$, $x>\frac{1}{4}$.

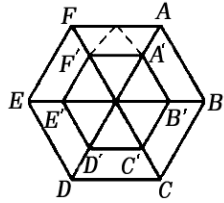
3. 166 $1111^2=1234321$, $\underbrace{11\cdots1}_{9개}{}^2=12345678987654321$임을 알수 있다. $\underbrace{11\cdots1}_{10개}{}^2=(\underbrace{11\cdots1}_{9개}\cdot 10+1)^2=\underbrace{11\cdots1}_{9개}{}^2\cdot 100+2\cdot\underbrace{11\cdots1}_{9개}\cdot 10+1$

즉
$$\begin{array}{r} 1234567898765432100 \\ +\qquad 2222222220 \\ +\qquad\qquad\qquad 1 \\ \hline 1234567900987654321 \end{array}$$

마찬가지방법으로 얻으면 $N=\underbrace{11\cdots1}_{20개}{}^2=1234567890123456789098765432$ 10987654321 (그중 0은 10을 표시한다.)$=12345678901234567890120987654320987654321$, N의 매 자리수자의 합은 $(1+2+\cdots+9)\times4+2-2\times8=166$.

4. 1388, 2 문제로부터 공식을 변화시키면 $(a^2+nb^2)(c^2+nd^2)=(ac+nbd)^2+n(bc-ad)^2=(ac-nbd)^2+n(bc+ad)^2$이다.
이로부터 $(2^2+92\times3^2)(4^2+92\times5^2)=(2\times4+92\times3\times5)^2+92\times(3\times4-2\times5)^2=1388^2+92\times2^2$을 얻을수 있다(또한 기타 6개 풀이를 찾을수 있다. 즉 1372, 22 또는 1342, 37 또는 1280, 56 또는 790, 119 또는 590, 131 또는 268, 142. 검산하면 이 7개 쌍의 풀이가 있다).

5. $1500m^2$, $375m^2$, $125m^2$ 그림에서 선과 접한 곳으로부터 6각형 $ABCDEF$의 면적은 $A'B'C'D'E'F'$면적의 4배라는것을 알수 있다.

따라서 문제에서 색블로크면의 흰색면적=(붉은색+누른색)면적×3, 붉은색면적=누른색면적×3이다. 이로부터 흰색:붉은색:누른색=12:3:1(면적비)이다. 바닥 $2000\mathrm{m}^2$면에서 누른색면은 $2000\times 1\div(12+3+1)=125\mathrm{m}^2$, 붉은색은 $3\times 125=375\mathrm{m}^2$, 흰색은 $12\times 125=1500\mathrm{m}^2$ 차지한다.

6. 40°

7. $23\frac{1}{3}$ 이미 알고있는데 근거하여 $\frac{\text{소금의 질량}}{\text{용액질량}}$=용액농도를 얻고 방정식을 세운다.

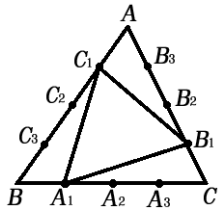
8. 202

Ⅲ. 풀이문제

1. (1): 오른변을 두제곱하면 $a^2+\left(\frac{1}{b}\right)^2+\frac{a^2}{(ab+1)^2}$을 얻고 다시 푼다. 즉 증명된다. (2):(1)을 리용하여

$$\sqrt{1+1990^2+\frac{1990^2}{1991^2}}=\sqrt{1990^2+\frac{1}{1^2}+\frac{1990^2}{(1990\cdot 1+1)^2}}=\left|1990+1-\frac{1990}{1990+1}\right|$$

$=1991-\frac{1990}{1991}$, 따라서 $\sqrt{1+1990^2+\frac{1990^2}{1991^2}}=\frac{1}{1991}=1991-\frac{1990}{1991}-\frac{1}{1991}$ $=1990$

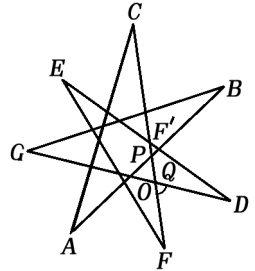
2. 그림과 같이 C_1B_3을 맺으면 $\triangle B_1B_3C_1$에서 $B_1B_3+B_3C_1>B_1C_1$이다. 이로부터 $B_3C_1=\frac{1}{4}BC$, $B_1B=\frac{1}{2}AC$. 즉 $\frac{1}{4}BC+\frac{1}{2}AC>B_1C_1$. 같은 원리로부터 $\frac{1}{4}AC+\frac{1}{2}AB>C_1A_1$, $\frac{1}{4}AB+\frac{1}{2}BC>A_1B_1$를 증명할수 있다. 세식을 더하면 $\frac{1}{4}P+\frac{1}{2}P>P_1$, 즉 $P_1<\frac{3}{4}P$. 다른 한편 $\triangle AB_1C_1$에서 $B_1C_1+AC_1>AB_1$이다. 즉 $B_1C_1+\frac{1}{4}AB>\frac{3}{4}AC$. 같은 원리로부터 $C_1A_1+\frac{1}{4}BC>\frac{3}{4}AB$, $A_1B_1+\frac{1}{4}AC>\frac{3}{4}BC$, 더하여 $P_1+\frac{1}{4}P>\frac{3}{4}P$를 얻는다. 즉 $P_1>\frac{1}{2}P$. 종합하

면 $\frac{1}{2}P < P_1 < \frac{3}{4}P$.

3. x_i를 리용하여 i번째 층에 있는 도서권수를 표시하자. i=1, 2, 3, 4, 5. x_i=0일 때 결론은 명백히 성립한다. 이로부터 $x_i \geq 1(i=1, 2, 3, 4, 5)$일 때만을 고찰한다. 이때 두가지 상태가 있다. 즉 (1) x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 중 어느 두개의 수가 같다. 그러면 결론은 성립한다. (2) x_1, x_2, x_3, x_4, x_5이 다 다르다. 이때 이 5개의 수는 각각 반드시 1, 2, 3, 4, 5중의 하나를 취한다. 그리고 취한 수들은 서로 다르다. 다시 $x_1+x_2, x_2+x_3, x_3+x_4, x_4+x_5$ 이 네개의 수중에 동시에 7, 8, 9 세수가 포함될수 없다는것을 증명한다. 서랍원리를 리용하면 반드시 두개 수가 같은것이 있다.

시 험 18

I. 선택문제

1. (ㄴ) 2차뿌리의 성질로부터 $1-x \geq 0, x-1 \geq 0$을 가질수 있다. ∴ $x=1 \Rightarrow y<\frac{1}{2}$, ∴ 주어진 식$=|1-2y|-|y-1| = -y$.

2. (ㄱ) 그림과 같이 네개의 사귐점을 O, Q, P, F라고 하면 $\angle A+\angle G=\angle POQ$, $\angle C+\angle B=\angle OPQ$, $\angle C+\angle B=\angle OPQ$, $\angle E+\angle F=\angle FF'D$, ∴ $\angle A+\angle B+\cdots+\angle Q=\angle QOP+\angle OPQ+\angle D+\angle FF'D=\angle QOP+\angle OPQ+\angle OQP=180^\circ$

3. (ㄴ) $xy=\frac{71}{2}+a, x+y=\frac{71}{2}-a$로 취하자.

이것을 방정식에 대입하면 $\frac{5049}{4}-a^2=880 \Rightarrow a=\pm\frac{39}{2}$,

$$\therefore \begin{cases} xy=55 \\ x+y=16 \end{cases} \text{ 또는 } \begin{cases} xy=16 \\ x+y=55 \end{cases} \text{ (버린다)},$$

∴ $x^2+y^2=(x+y)^2-2xy=16^2-2\times 55=146$.

4. (ㄴ) 상품의 원래의 수요를 a라고 하자. 1년후 x% 올라 원래의 수요를 유지한다. 따라서 $[a(1-12\%)](1+x)=a$, ∴ $x=13.64\%$

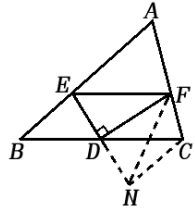
5. (ㄷ) $x=\sqrt{c+1}+\sqrt{c}$, $y=\sqrt{c}+\sqrt{c-1}$로 구성하면 $x>0, y>0, a>0, b>0$이다. $ax-by=0$이므로 명백히 $x>y$이다. ∴ $a<b$.

6. (ㄷ) $2^{2\left(x+\sqrt{x^2-2}\right)}-\frac{5}{2}\times 2^{x+\sqrt{x^2-2}}=6$, 이제 $2^{x+\sqrt{x^2-2}}=y$라고 하면 $y^2-\frac{5}{2}y-6=0\Rightarrow(2y+3)(y-4)=0$, ∴ $y=-\frac{3}{2}$ 또는 $y=4$. $y=-\frac{3}{2}$일 때 $2^{x+\sqrt{x^2-2}}=-\frac{3}{2}$, 이것은 풀이가 없다. $y=4$일 때 $2^{x+\sqrt{x^2-2}}=4$, $x+\sqrt{x^2-2}=2$, ∴ $x=\frac{3}{2}$.

7. (ㄱ) ED를 $DN=ED$ 되게 N점까지 연장하고 FN, CN을 각각 맺자.

$ED\perp FD$이므로 $EF=FD$이다. $DC=DB$, $\angle CDN=\angle BDE$이므로

∴ $\triangle CDN\equiv\triangle BDE$이다. 이로부터 $CN=BE$.

$\triangle FCN$에서 $CN+CF>FD$, ∴ $BE+CF>EF$.

8. (ㄹ) $a>0, b>0, c>0$이므로

$\frac{2a^2}{1+a^2}=b\Rightarrow\frac{1+a^2}{2a^2}=\frac{1}{b}\Rightarrow 1+\frac{1}{a^2}=\frac{2}{b}\cdots\cdots$①. 같은 원리로부터 $1+\frac{1}{b^2}=\frac{2}{c}\cdots\cdots$②, $1+\frac{1}{a^2}=\frac{2}{a}\cdots\cdots$③을 얻는다. ①+②+③으로부터 $\left(1-\frac{1}{a}\right)^2+\left(1-\frac{1}{b}\right)^2+\left(1-\frac{1}{c}\right)^2=0$, ∴ $a=b=c=1$, 즉 $\triangle ABC$는 변길이가 1인 등변3각형이다. ∴$S_{\triangle ABC}=\frac{\sqrt{3}}{4}$.

Ⅱ. 채우기문제

1. 9 $x^y+1=z\Rightarrow x^y=z-1$ x, y, z는 씨수이므로 z는 홀수이고 x는 짝수이다. ∴ $x=2$, 즉 $z=5, y=2$. ∴ $x+y+z=9$. 즉 9를 넣는다.

2. $\frac{18}{5}$ 만일 $x\leq 0$이면 $|x|+x+y=10\cdots\cdots$①로부터 $y=10$, 이것을 다른 방정식에 대입하여 $x=12$를 얻는다. 이것은 모순된다. 만일 $y\geq 0$이면 $x+|y|-y=12$로부터 $x=12$, 이것을 ①에 대입하여 $y<0$을 얻는다. 이것은 조건과 모순된다. ∴ $x>0, y<0$, 즉

$$\begin{cases}2x+y=10\\x-2y=12.\end{cases}\quad ∴\ x=\frac{32}{5}\Rightarrow x+y=\frac{50-32}{5}=\frac{18}{5}.$$

3. 33 $3x+5y=501$로부터 $x=\frac{501-5y}{3}=167-y-\frac{2y}{3}$,

$\therefore \begin{cases} x=167-5t \\ y=3t \end{cases}$ (t는 옹근수), $167-5t>0 \Rightarrow t< \dfrac{167}{5}=33\dfrac{2}{5}$.

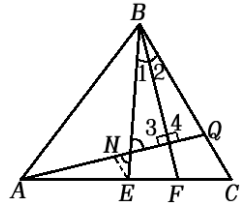
4. $\dfrac{200}{101}$ $1+\dfrac{1}{x(x+2)}=\dfrac{(x+1)^2}{x(x+2)}$ 이므로

주어진 식$=\dfrac{2^2}{1\cdot 3}\cdot\dfrac{3^2}{2\cdot 4}\cdot\dfrac{4^2}{3\cdot 5}\cdots\dfrac{99^2}{98\cdot 100}\cdot\dfrac{100^2}{99\cdot 101}=\dfrac{200}{101}$.

5. $\left(1\pm\sqrt{3},\ -2\right)$ $\left(x-\dfrac{x}{x+1}\right)^2+\dfrac{2x^2}{x+1}=8$, 즉 $\dfrac{x^4}{(x+1)^2}+\dfrac{2x^2}{x+1}=8$,

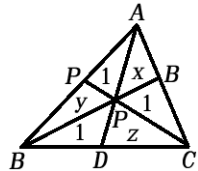
$\dfrac{x^4}{(x+1)^2}=4+a$ ⋯⋯①, $\dfrac{2x^2}{x+1}=4-a$ ⋯⋯②라고 하면 ②^2－4×①로부터 $a^2-12a=0 \Rightarrow$ $a=0$ 또는 $a=12$.

각각 ②에 대입하면 $x_{1,2}=1\pm\sqrt{3}$, $x_3=-2$를 얻을수 있다.

6. $\dfrac{1}{2}$ E를 지나며 BC에 평행인 선을 긋고 AQ와 사귀는 점을 N이라고 하자. 그러면 $\angle ENP=\angle BQP$이다. 그리고 E가 AC의 가운데점이므로 N은 AQ의 가운데점이다. ∴ $EN=\dfrac{1}{2}CQ$. 그리고 $AP\perp BF$이므로 $\angle 3=\angle 4=90^\circ$. $\angle 1=\angle 2$이

므로 $\angle BPQ=\angle BQP$이고 $\angle BPQ=\angle EPN$이므로 $\angle EPN=\angle ENP$이다.

∴ $\triangle ENP$에서 $EP=EN$이다. ∴ $EP=\dfrac{1}{2}CQ$.

7. 6 $S_{\triangle APE}=S_{\triangle BPD}=S_{\triangle CPE}=1$, $S_{\triangle APE}=x$, $S_{\triangle BPF}=y$, $S_{\triangle CPD}=z$라고 하자.

$$\begin{cases} \dfrac{AP}{PD}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{x+1}{z} \\ \dfrac{BP}{PE}=\dfrac{z+1}{1}=\dfrac{y+1}{x} \\ \dfrac{CP}{PF}=\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{z+1}{y} \end{cases} \text{ 이므로 } \begin{cases} yz+z=x+1\cdots\cdots① \\ zx+x=y+1\cdots\cdots② \\ xy+y=z+1\cdots\cdots③ \end{cases}$$

①－②로부터 $z(y-x)+z-x=x-y$를 얻는다.

∴ $z-x=(x-y)(1+z)$⋯⋯④. 같은 원리로부터 $x-y=(y-z)(1+x)$⋯⋯⑤, $y-z=(z-x)(1+y)$⋯⋯⑥을 얻는다. 만일 $x=y$를 ④에 대입하면 $z=x$이다. ∴ $x=y=z$, 이것을 ①에 대입하면 $x=y=z=1$이다. 만일 $x\neq y$라면 $y\neq z$, $z\neq x$. ④×⑤×⑥으로부터 $(1+x)(1+y)(1+z)=$

1⋯⋯⑦을 얻는다. x, y, z는 옹근수이므로 $1+x>1, 1+y>1, 1+z>1$, 즉 방정식 ⑦은 정의옹근수풀이가 없다. 우의 방정식을 종합하면 정의옹근수풀이는 오직 $x=y=z=1$뿐이다. $\therefore$ $AF=FB, BD=DC, CE=EA$, 즉 P는 $\triangle ABC$의 무게중심이다.

Ⅲ. 풀이문제

1. $a=2b+\sqrt{2}$ 이므로 $a-2b=\sqrt{2} \Rightarrow a^2-4ab+4b^2=2$⋯⋯①이다. 그리고 $ab+\frac{\sqrt{3}}{2}c^2+\frac{1}{4}=0$이므로 $8ab+4\sqrt{3}c^2=-2$⋯⋯②이다. ①+②로부터 $(a+2b)^2+4\sqrt{3}c^2=0$, $\therefore$ $a+2b=0, c=0$이다. 그러면 $\frac{bc}{a}=0$ 이다.

2. A작업반은 x일동안 하고 B작업반은 y일동안 한다고 하자.

$$\therefore \begin{cases} \frac{x}{12}+\frac{y}{24}=1 \\ 0<x\le 10 \\ 0<y\le 10 \end{cases}$$ 이고 x, y는 각각 옹근수이다.

$\frac{x}{12}+\frac{y}{24}=1$로부터 $y=24-2x$,

풀이를 얻으면 $\begin{cases} x_1=10 \\ y_1=4 \end{cases}$, $\begin{cases} x_2=9 \\ y_2=6 \end{cases}$, $\begin{cases} x_3=8 \\ y_3=8 \end{cases}$, $\begin{cases} x_4=7 \\ y_4=10. \end{cases}$

이 네가지 조건에 따라 (1): 같이 4일 하고 B가 단독으로 6일 한다;

(2): B가 먼저 1일 하고 A, B가 같이 5일, A가 4일 한다;

(3): A가 2일 하고 A, B가 같이 6일, B가 2일 한다;

(4): 같이 7일 하고 B가 3일 한다.

3. 5개의 점 A, B, C, D, E중에서 만일 $ABCD$가 볼록4각형이라면 이때 명제를 증명하자.

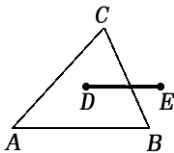



그림 1

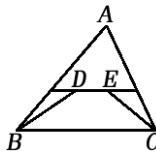



그림 2

만일 $ABCD$가 오목4각형이라면 한점은 그의 세점을 정점으로 하는 3각형내부에서 찾을수 있다. 이제 D를 $\triangle ABC$의 내부에 있다

고 하자. 이때 두가지 상태가 있을수 있다. 즉 (1): E가 $\triangle ABC$의 외부에 있다면 DE는 반드시 어느 변과 사귄다(그림 1). 이때 $BDCE$는 볼록4각형이다. (2): E가 $\triangle ABC$의 내부에 있다면 DE는 반드시 3각형 내부에 있는 어느 변과 사귀지 않는다(그림 2, BC와 사귀지 않는다). 이때 $BDEC$는 볼록4각형이다.

시 험 19

I. 선택문제

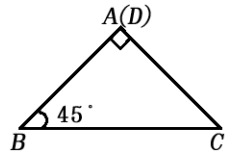
1. (ㄱ) $x+y+z=3(3x+5y+z)-2(4x+7y+z)=1$.

2. (ㄴ) 2, 3, 5, 7은 씨수이다. x=4; 0, 2, 4, 6, 8은 짝수이다. y=5; 0, 1, 4, 9는 완전두제곱수이다. z=4. $\therefore\ x+y+z=13$.

3. (ㄷ) $3^2+4^2=5^2$ 이므로 3개의 가운데선은 하나의 직3각형을 이룬다. 그리고 이 3각형의 면적은 원래3각형의 면적의 $\frac{1}{4}$이므로 $S=3\times4\div2\times4=24\text{cm}^2$이다.

4. (ㄹ) $xy=y+1$, 즉 $y=xy-1$; $xy=x+1$, 즉 $x=xy-1$
$\therefore\ y=x$.

5. (ㄱ) $2x^4-3x^3+ax^2+7x+b\equiv(x^2+x-2)(2x^2+mx+n)$이라고 하자. 결수를 비교하여 $a=-12, b=6$을 얻는다. $\therefore \frac{a}{b}=-2$.

6. (ㄴ) 변의 높이 BD와 밑변사이의 끼움각 $\angle DBC=45^\circ$ 이다. 그러면 밑각 $\angle C=45^\circ$ 이다. $\triangle ABC$는 등변직3각형이다(D와 A는 겹친다). $AB=AC=1$

$\therefore S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}\cdot1\cdot1=0.5$

7. (ㄴ) $a=\sqrt[3]{10+6\sqrt{3}}$, $b=\sqrt[3]{10-6\sqrt{3}}$, $x=a+b$라고 하면 $x^3=a^3+3ab(a+b)+b^3=20+3\times(-2)x$, 즉
$x^3+6x-20=0\Rightarrow(x-2)(x^2+2x+10)=0$, $\therefore\ x=2$.

8. (ㄴ) P로부터 BC, CA, AB까지의 거리를 각각 t_a, t_b, t_c라고 하고 BC, CA, AB변우의 높이를 각각 h_a, h_b, h_c라고 하면
$\frac{t_a}{h_a}=\frac{3}{x+3}$; $\frac{t_b}{h_b}=\frac{3}{y+3}$; $\frac{t_c}{h_c}=\frac{3}{z+3}$ 이다.

그리고 $\frac{t_a}{h_a}+\frac{t_b}{h_b}+\frac{t_c}{h_c}=1$ 이므로 $\frac{3}{x+3}+\frac{3}{y+3}+\frac{3}{z+3}=1$

$3[(xy+yz+zx)+6(x+y+z)+27]=xyz+3(xy+yz+zx)+9(x+y+z)+27$

$\therefore\ xyz=9(x+y+z)+54=9\times 43+54=441$

Ⅱ. 채우기문제

1. $-5\leq x\leq 1$ 또는 $3\leq x\leq 9$ $x-2\geq 0$일 때 $1\leq x-2\leq 7$, 즉 $3\leq x\leq 9$;

$x-2\leq 0$일 때 $1\leq 2-x\leq 7$, 즉 $-5\leq x\leq 1$.

2. 4: 27 $BM:BD = ME:ED = 1:9$, $BN:BD = NF:FD = 3:4$이므로 $BM:BN = 4:27$.

3. $-1\leq x\leq 2$일 때 주어진 식$=\sqrt{(x+1)^2}+\sqrt{(x-3)^2}=4$;

$-2 < x < -1$일 때 주어진 식$=-(x+1)-(x-3)=2(1-x)$.

4. $9x$ 주어진 식

$$=\left[\frac{\left(2x^{\frac{1}{2}}+3x^{-\frac{1}{2}}\right)\left(2x^{\frac{1}{2}}-3x^{-\frac{1}{2}}\right)}{2x^{\frac{1}{2}}-3x^{-\frac{1}{2}}}+\frac{\left(x^{\frac{1}{2}}-x^{-\frac{1}{2}}\right)\left(x^{\frac{1}{2}}-3x^{-\frac{1}{2}}\right)}{x^{\frac{1}{2}}-x^{-\frac{1}{2}}}\right]^2$$

$$=\left(3x^{\frac{1}{2}}\right)^2=9x.$$

5. $(a+b)(b+c)(c+a)$ 공식으로부터 $x^3+y^3+z^3-3xyz=(x+y+z)(x^2+y^2+z^2-xy-yz-zx)$, 만일 $x+y+z=0$이라면 $x^3+y^3+z^3=3xyz$이다. $(a^2-b^2)+(b^2-c^2)+(c^2-a^2)=0$이고 $(a-b)+(b-c)+(c-a)=0$으로부터 주어진 식 $=\frac{3\left(a^2-b^2\right)\left(b^2-c^2\right)\left(c^2-a^2\right)}{3(a-b)(b-c)(c-a)}=(a+b)(b+c)(c+a)$.

6. $2x$ $|x-1|+|x|=1$ 이므로 $0 < x < 1$이다.

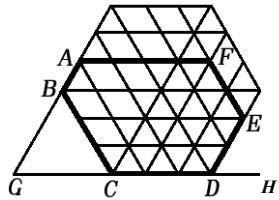
주어진 식$=\sqrt{\left(x+\frac{1}{x}\right)^2}-\sqrt{\left(x-\frac{1}{x}\right)^2}=\left|x+\frac{1}{x}\right|-\left|x-\frac{1}{x}\right|$.

$0 < x < 1$이므로 $x+\frac{1}{x} > 0$, $x-\frac{1}{x} < 0$이다.

즉 주어진 식$=\left(x+\frac{1}{x}\right)+\left(x-\frac{1}{x}\right)=2x$.

7. $-\frac{1}{2}, 6$　　방정식을 간단히 하면 $x^2-6x+2a+1=0$. $\triangle=8(4-a)$. a 〈4일 때 방정식은 실수풀이를 가진다. 이 방정식이 서로 다른 두개의 실수풀이를 가질 때 반드시 풀이 하나가 증가한다. 즉 0 또는 3일수 있다. $x=0$일 때 이 방정식은 $a=-\frac{1}{2}$〈4이다. $x=3$일 때 $a=4$ 이로부터 $a=-\frac{1}{2}$일 때에만 방정식은 서로 다른 두개의 실수풀이를 가진다. 그중 하나는 주어진 방정식의 증가풀이이다. 따라서 방정식은 하나의 풀이를 가지는데 이 풀이는 6이다.

따라서 $-\frac{1}{2}, 6$을 넣는다.

8. $AB=1$, $BC=3$, $CD=3$, $DE=2$라고 하고 AB, CD를 연장하면 $\triangle GBC$는 등변3각형이고 $\angle EDH=60^\circ$라는것을 알수 있다. 따라서 $AB \parallel DE$이다. 같은 원리로부터 $AF \parallel CD$, $BC \parallel EF$임을 알수 있다. A, B, C, D, E가 확정된 다음 E에서 BC에 평행인 선 하나, A에서 CD에 평행인 선 하나만을 그리면 점 F도 역시 유일한 점이다. 이에 근거하여 변길이가 3인 바른6각형을 그리고 매변을 3등분한 다음 사귐각이 60° (또는 120°)인 평행선을 그리자. 그러면 $EF=2$, $FA=4$임을 알수 있다. 따라서 둘레의 길이는 $1+2+3+3+2+4=15$.

Ⅲ. 풀이문제

1. $AE=\frac{1}{2}AB$, $CF\perp AB$이므로 $AE\cdot CF=\frac{1}{2}AB\times CF=S_{\triangle ABC}$이다. 그리고 $CG\perp DE$, $BDCE$가 평행4변형이므로 $BC\cdot CG=S_{BCDE}$이다. $AE\cdot CF=BC\cdot CG$임을 증명해보자. 그러자면 $S_{\triangle ABC}=S_{BCDE}$를 증명하여야만 한다. 즉 $S_{\triangle AEO}=S_{\triangle OCD}$, $\because \triangle AEO\equiv\triangle OCD$

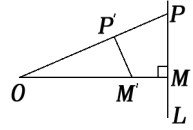
$\therefore$ 이 문제는 증명할수 있다.

2. 만일 $xz-y^2>0$, 즉 $xz>y^2$……①이면 $ac-b^2>0$이므로 $ac>b^2$……②이다. ∴①+②로부터 $acxz>b^2y^2$을 얻는다.

그리고 $az\pm 2by+cx=0$이므로 $(az+cx)^2=4b^2y^2$이다. $\therefore (az+cx)^2<4acxz$

$\Rightarrow (az-cx)^2 < 0$, 이것은 모순된다.

$\therefore xz-y^2 \le 0$.

3. OM에 수직인 선 L을 그리고 M을 수직점이라고 하면 $OM=4$이다. OM우에서 M'점을 취하되 $OM' \cdot OM = 12$ 되게 하자. 이때 $OM=3$이다. $OP \cdot OP' = OM \cdot OM'$이므로 $\triangle OPM \backsim \triangle OM'P'$, $\angle OP'M' = 90^\circ$ 이다. 따라서 P'의 자리길은 OM'를 직경으로 하는 원이다(점 O는 제외한다).

시 험 20

I. 선택문제

1. (ㄴ)

2. (ㄱ)

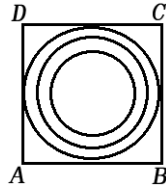
3. (ㄷ)

4. (ㄴ)

$$P=\sqrt{(1988^2+3\times1988)(1988^2+3\times1988+2)+1}-1989^2$$
$$=\sqrt{(1988^2+3\times1988+1)^2}-1989^2$$
$$=1988^2+3\times1988+1-1989^2$$
$$=(1988+1)^2+1988-1989^2=1988.$$

5. (ㄷ) 만일 밑변의 길이가 12라면 기타 두변의 합도 역시 12이다. 이것은 모순된다. 따라서 (ㄴ) 또는 (ㄹ)가 될수 없다. 또한 밑변이 4일 때 빗변은 10이다. 이것은 문제에 맞는다.

6. (ㄷ)

7. (ㄹ) 동심원을 면적이 같은 네부분으로 나누자. 제일 바깥면의 한부분에서 반드시 3개 점까지 찾아 변의 길이가 1인 바른3각형을 만들수 있다. 만일 3개원을 임의의 닫긴곡선으로 바꾸면 나누어진 네부분의 면적은 같아야만 한다. 그러면 제일 바깥면부분에서 그대로 세점을 찾을수 있다. 이 세점은 변길이가 1보다 큰 바른3각형을 만들수 있다.

8. (ㄷ)

II. 채우기문제

1. 없다 $x^2-y^2=(x+y)(x-y)=1990$이므로 x, y의 짝홀성이 서로 다를 때 $x+y, x-y$는 다 홀수이다. x^2-y^2도 역시 홀수이다. x, y의

짝홀성이 같을 때 x^2-y^2은 4의 배수이다. 그러나 1990은 홀수도 아니고 또 4의 배수도 아니다. 따라서 방정식은 옹근수풀이를 가지지 않는다.

2. 7　　$1990=2\times5\times199$이므로 $\frac{b}{a}$를 $\frac{1990}{1}$과 $\frac{1}{1990}$사이에 배치하면 $ab=1990$. 이로부터 a는 2, 5, 199, 2×5, 2×199, 5×199를 취할수 있다는것을 알수 있다. 그러므로 $\frac{1990}{1}$과 $\frac{1}{1990}$사이에는 6개의 분수가 끼운다. 즉 $\frac{1990}{1}$은 $\frac{1}{1990}$보다 7개수앞에 놓인다.

3. (1, 2, 3)　　세개의 방정식을 차례로 (1), (2), (3)이라고 하자. 그러면 (2)−(1), (3)−(2)로부터 $\begin{cases} y+2z=8 & (4) \\ 2y+6z=22 & (5), \end{cases}$

(5)÷2−(4)로부터 $z=3$을 얻고 이것을 (4)에 대입하면 $y=z$를 얻는다. 이것을 (1)에 넣으면 $x=1$, 따라서 $(x, y, z)=(1, 2, 3)$.

4. 1　　$x^6-1=(x-1)(x^5+x^4+x^3+x^2+x+1)=0$.

5. 13　　$(2\times150\div5+2\times50\div4)-(2\times150\div6+2\times50\div5)=85-70=15$, 즉 가는 한바퀴 도는데 나보다 15s 적게 걸린다. 나가 9바퀴를 완전히 돌았을 때 가는 이미 11바퀴에서 5s 떨어진 곳에 있다. 이로부터 가가 11바퀴 돌아 A점까지 왔을 때 나는 9바퀴 하고 5s동안 더 간 거리에 있다. A점으로부터 25m 떨어진 곳에 B점이 있다. 그후 두 사람이 모두 직선길로 달린다. 이때 가는 나보다 매초 1m 더 달리여 25s후에는 A점에서부터 125m 떨어진 C점에서 B를 따라잡는다. 이때 시계바늘은 $11\times70+25=795\text{s}=13\text{min } 15\text{s}$를 가리킨다.

6. 19°

7. $1+\sqrt{2}$

8. $\sqrt{3}$

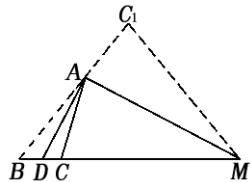
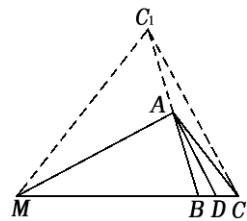
Ⅲ. 풀이문제

1. $x=\sqrt{\frac{1}{(a-b)^2}+\frac{1}{(b-c)^2}+\frac{1}{(c-a)^2}}$ 이라고 하면

$$\left(\frac{1}{a-b}+\frac{1}{b-c}+\frac{1}{c-a}\right)^2=\frac{1}{(a-b)^2}+\frac{1}{(b-c)^2}+\frac{1}{(c-a)^2},$$

즉 $x=\left|\frac{1}{a-b}+\frac{1}{b-c}+\frac{1}{c-a}\right|$이고 a, b, c가 서로 다른 유리수일 때 $\left|\frac{1}{a-b}+\frac{1}{b-c}+\frac{1}{c-a}\right|$은 유리수이다. 따라서 x는 유리수이다.

2. 두가지 상태로 나누어서 계산하자.

(1) 그림과 같이 A를 지나 AD에 그은 수직선이 BC의 연장선과 M점에서 사귀게 그리자. 그리고 BA를 $AC_1=AC$ 되게 C_1까지 연장하면 $BC_1=BM$, $\angle AC_1M=\angle BMC_1$이다. 또한 AM은 $\angle CAC_1$의 2등분선이므로 $\triangle ACM\equiv\triangle AC_1M$이다. 따라서 $\angle ACM=\angle AC_1M$이다. $\triangle BC_1M$에서 $\angle B=180^\circ-2\angle AC_1M=180^\circ-2\angle ACM=180^\circ-2(\angle B+5.25^\circ)=180^\circ-2\angle B-10.5^\circ$이다. 따라서 $\angle B=56.5^\circ$, $\angle ACB=180^\circ-5.25^\circ-56.5^\circ=118.25^\circ$

(2) 그림과 같이 A를 지나 DA에 그은 수직선이 CB의 연장선과 M점에서 사귀고 BA를 $AC_1=AC$ 되게 C_1까지 연장한다. 그리고 AC_1, C_1C를 맺으면 $\angle MAD=90^\circ$, $\angle MAC=90^\circ+\frac{5.25^\circ}{2}=92.625^\circ$. 그리고 $\angle CAC_1=180^\circ-5.25^\circ=174.75^\circ$. 그러므로 $\angle MAC_1=360^\circ-174.75^\circ-92.625^\circ=92.625^\circ$. $\angle MAC_1=\angle MAC$이므로 $\triangle MAC_1\equiv\triangle MAC$이다. 따라서 $\angle MC_1A=\angle MCA=\angle BCA$. $BC_1=BA+AC_1=AB+AC=BM$. $\angle MC_1A=\angle C_1MB$. $\triangle MCC_1$에서 $3\angle ACB+5.25^\circ=180^\circ$이고 $\angle ACB=58.25^\circ$이다. 따라서 $\angle ABC=180^\circ-58.25^\circ-5.25^\circ=116.5^\circ$

3. (1) 아래와 같은 채움법으로 쉽게 증명할수 있다. 즉 그림과 같이 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 15, 20 이 9개의 서로 다른 자연수를 채워넣는다. 그러면 매행의 세개 수의 적, 매렬 세수의 적이 모두 120과 같아진다. 그러므로 문제 설정에서 요구하는 채움법을 실현할수 있다.

2	3	20
4	5	6
15	8	1

(2) 명백히 9개의 자연수는 응당 P의 9개 서로 다른 약수를 채워넣어야 한다. 그리고 P의 약수는 표속에 채워넣을수 있다. 따라서 만일 채움법을 얼마든지 실현할수 있다면 P의 서로 다른 약수는 10개보다 크거나 같다. 1990, 1991, 1992, 1993, 1994, 1995가 6개의 수가운데서 $1990=2\times5\times199$는 모두 8개의 서로 다른 약수를 가지며 $1991=11\times181$은 4개의 서로 다른 약수, $1992=2^3\times3\times83$은 16개의 서로 다른 약수, $1993=1\times1993$

은 두개의 서로 다른 약수, 1994=2×997은 4개의 서로 다른 약수, 1995=3×5×7×19은 16개의 다른 약수를 가지고있다. 따라서 1990, 1991, 1993, 1994는 취할수 없다. P는 1992, 1995의 값만을 취할수 있다. P=1992는 그림 1에 있다. P=1995는 그림 2에 있다.

3	4	166
2	83	12
332	6	1

그림 1

3	5	133
7	19	15
95	2	11

그림 2

시 험 21

I. 선택문제

1. (ㄷ) 조건으로부터 $x+y=1$임을 알수 있다. $x^2-y^2=(x+y)(x-y)=(x-y)$, ∴주어진 식$=\frac{(x-y)^2}{4}+xy=\frac{(x+y)^2}{4}=\frac{1}{4}$.

2. (ㄴ) 주어진 식$=\frac{x^{-\frac{1}{2}}\left(x^{\frac{1}{2}}-1\right)}{x^{\frac{1}{2}}+1}-\frac{x^{\frac{1}{2}}+x^{-\frac{1}{2}}}{\left(x^{\frac{1}{2}}+1\right)\left(x^{\frac{1}{2}}-1\right)}$

$$=\frac{x^{-\frac{1}{2}}\left(x^{\frac{1}{2}}-1\right)^2-x^{\frac{1}{2}}-x^{-\frac{1}{2}}}{\left(x^{\frac{1}{2}}+1\right)\left(x^{\frac{1}{2}}-1\right)}=\frac{x^{-\frac{1}{2}}\left(x-2x^{\frac{1}{2}}+1\right)-x^{\frac{1}{2}}-x^{-\frac{1}{2}}}{x-1}=\frac{2}{1-x}.$$

3. (ㄷ) 한 직각변을 a, 빗변을 c라고 하면 $c^2-a^2=(c+a)(c-a)=121$이다. 121은 1, 121 또는 11, 11로만 분해할수 있다.

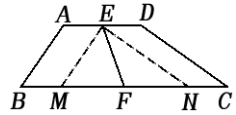
$$\therefore\begin{cases}c+a=121\\c-a=1\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}c=61\\a=60\end{cases},\ \therefore a+b+c=132.$$

4. (ㄷ) $n^{36}>3^{36\times3}=\left(3^3\right)^{36}\Rightarrow n>3^3$, ∴ n의 최소값은 28이다.

5. (ㄹ) AB를 취하면 두쌍 있다. CD를 취하면 두쌍 있다. EF를 취하면 6쌍, MN을 취하면 6쌍 있다. ∴총 16쌍 있다.

6. (ㄱ) 3각형면적공식을 리용한다. 즉 $\frac{1}{2}ah_a=\frac{1}{2}bh_b=\frac{1}{2}ch_c=S$. $a+b>c$로부터 $a=\frac{2S}{h_a},\ b=\frac{2S}{h_b},\ c=\frac{2S}{h_c}$이므로 ∴ $\frac{1}{h_a}+\frac{1}{h_b}>\frac{1}{h_c}$

7. (ㄴ) 옹근수결수방정식의 무리수풀이가 나타남에 따라 $3-\sqrt{2}$ 는 방정식의 풀이이다. 그러면 $3+\sqrt{2}$ 도 역시 방정식의 풀이이다. 베타정리로부터 $p=-6, q=7$을 구한다. $\therefore p+q=1$.

8. (ㄷ) AB, CD에 평행인 선 EM, EN을 각각 그리자. $AD \parallel BC$이므로 $AE=BM=ED=NC$이다. 그리고 $\angle MEN=90^\circ$ 이므로 EF는 직3각형에서 빗변의 가운데선이다. $\therefore EF=\frac{1}{2}(BC-AD)$.

$BC=54, AD=20$이므로 $EF=\frac{1}{2}(54-20)=17$이다.

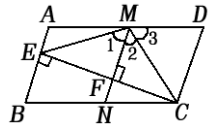
Ⅱ. 채우기문제

1. $\triangle=(c-a)^2-4(b-c)\cdot(b-c)=(c-a)^2-4(b-c)^2=(2b-a-c)(3c-a-2b)$, 방정식은 두개의 같은 실수풀이를 가지므로 $\triangle=0$, 즉 $b=\frac{a+c}{2}$ 또는 $b=\frac{3c-a}{2}$.

2. DC의 길이를 $x$cm라고 하자. 직3각형 ADC에서 $AC^2=AD^2-DC^2=100-x^2$이다. 직3각형 ABC에서 $AC^2=AB^2-BC^2=289-(9+x)^2$, $\therefore 100-x^2=289-(9+x)^2$, 풀면 $x=6$cm이다. $\therefore AC=\sqrt{10^2-6^2}=8$cm.

3. 4개의 련이은 짝수의 평균수를 a라고 하면 $a=\frac{1996}{4}=499$이다. 그러므로 4개의 련이은 짝수는 496, 498, 500, 502이다. 최대수는 502, 최소수는 496. $\therefore 502^2-496^2=5988$.

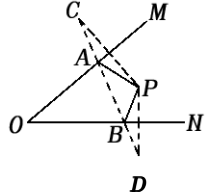
4. 3 AB에 평행인 선 MN을 긋고 CE와의 사귐점을 F, BC와의 사귐점을 N이라고 한다. MC를 맺으면 $\angle 1=\angle AEM$. $AB \parallel DC$이므로 $AB//MN//DC$이다. M은 AD의 가운데점이므로 F는 CE의 가운데점, N은 BC의 가운데점이다. $CE\perp AB$이므로 $CE\perp MN$, $ME=MC$, $\therefore \angle 1=\angle 2$, $AD=2AB=2DC$이므로 $MD=DC$, $AD//BC$이므로 4각형 $MNCD$는 등변4각형이다.

$\therefore \angle 2=\angle 3$, $\angle EMD=\angle 1+\angle 2+\angle 3=3\angle 1=3\angle AEM$.

5. 방정식의 두 풀이를 x_1, x_2이라고 하면 $x_1<-1$이고 $x_2<-1$이다. $\therefore \triangle=a^2-4\times 2\geq 0\cdots\cdots$①을 만족시킨다. $(x_1+1)+(x_2+1)<0\cdots\cdots$②,

$(x_1+1)+(x_2+1)>0$ ……③, ①로부터 $a^2\ge 8$ 즉 $a\le -2\sqrt{2}$ 또는 $a\ge 2\sqrt{2}$ …… ④. $x_1+x_2+z<0$이므로 $-a+2<0$ 즉 $a>2$이다. ③으로부터 $x_1x_2+(x_1+x_2)+1>0$, $2+(-a)+1>0$, ∴ $a<3$. 종합하면 $2\sqrt{2}\le a<3$.

6. 주어진 식 $=(a^4+b^4+c^4-2a^2b^2-2b^2c^2+2c^2a^2)-(4a^2c^2)=(a^2-b^2+c^2)^2-(2ac)^2=[(a+c)^2-b^2][(a-c)^2-b^2]=(a+b+c)(a-b+c)(a+b-c)(a-b-c)$.

7. OM에 대한 P의 대칭점 C를 그리고 ON에 관한 P의 대칭점 D를 그린다. CD를 맺고 OM, ON과의 사귐점을 A, B라고 하면 $\triangle ABP$는 제일 작은 원둘레길이를 가진다. 사실상 그외 $\triangle A_1B_1P$에 대하여 그 원둘레길이 $PA_1+A_1B_1+B_1P=CA_1+A_1B_1+B_1D\ge CD=CA+AB+BD=PA+AB+PB$,

∴ $\triangle ABP$는 가장 작은 원둘레길이를 가진 3각형이다. $\angle ACP=\alpha$, $\angle BDP=\beta$, $\angle APB=x$라고 하면 $\angle APC=\alpha$, $\angle BPD=\beta$, ∴ $\alpha+\beta+x=180^\circ-\angle MON=180^\circ-40^\circ=140^\circ$ ……①, $\triangle ABP$에서 $2\alpha+2\beta+x=180^\circ$, ∴ $\alpha+\beta+\frac{x}{2}=90^\circ$ ……②. ①－②로부터 $\frac{x}{2}=50^\circ$이므로 $x=100^\circ$이다.

8. $\sqrt{a+1}=x$, $\sqrt{b+1}=y$, $\sqrt{c-2}=z$라고 하면 $a=x^2-1$, $b=y^2-1$, $c=z^2+z$이다. ∴$x^2-1+y^2-1+z^2+2=2x+4y+6z-14\Rightarrow(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=0$, 즉 $x=1, y=2, z=3$.

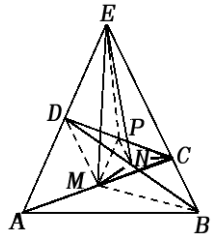
∴$a=0, b=3, c=11$. 주어진 식$=3\cdot 11+11\cdot 3=66$.

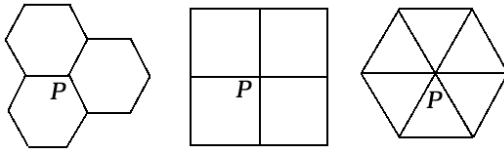
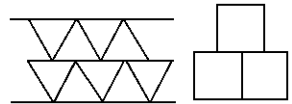
Ⅲ. 풀이문제

1. DC의 가운데점 P를 그리고 MP, NP, EP, DM, MB를 각각 맺는다.

M은 AC의 가운데점이므로 $S_{BCDM}=\frac{1}{2}S_{ABCD}$.

같은 원리로부터 N은 BD의 가운데점이므로 $S_{CDMN}=\frac{1}{4}S_{ABCD}$

또한 PN은 가운데선이므로 $PN//BE$이다. ∴$S_{\triangle PNC}=S_{\triangle PNE}$, $MP//AE$, $S_{\triangle MPD}=S_{\triangle MPE}$, ∴ $S_{\triangle EMN}=\frac{1}{4}S_{ABCD}$

2. n개의 수를 $a_1, a_2, \cdots, a_n$이라고 하자. 그리고 $a_1 \le a_2 \le a_3 \le \cdots \le a_n$을 만족시킨다. $a_1 + a_2 + \cdots + a_{10} > 0$이므로 $a_{10} > 0$이다. $\therefore a_n \ge a_{n-1} \ge \cdots \ge a_{11} \ge a_{10} > 0$, 따라서 $a_1 + a_2 + \cdots + a_n = (a_1 + a_2 + \cdots + a_{10}) + (a_{11} + a_{12} + \cdots + a_n) > 0$.

3. (1): 점 P가 이웃한 m개의 바른다각형의 정점이라는것을 고려하면 하나의 내각을 α라고 할 때 $\alpha = \frac{(n-2)\cdot 180^\circ}{n}$이다. 그외에 만일 블로크가 m개라고 하면 $m\alpha = 360^\circ$, $\therefore m \cdot \frac{(n-2)}{n} \cdot 180^\circ = 360^\circ$, 즉 $\frac{1}{m} + \frac{1}{n} = \frac{1}{2}$, $\therefore \begin{cases} m=3 \\ n=6, \end{cases} \begin{cases} m=4 \\ n=4, \end{cases} \begin{cases} m=6 \\ n=3 \end{cases}$ (그림)

(2) : 점 P가 $(m-1)$개의 바른다각형의 정점이고 하나의 바른다각형우에 있다면 $\alpha = \frac{(n-2)\cdot 180^\circ}{n}$ ……①, $(m-1)\alpha = 180^\circ$ ……②, $\therefore (m-1), \frac{n-2}{n} = 1$, 즉 $mn = 2(m+n-1)$. $\therefore m, n$중 하나는 짝수이다. 여기서 $m=2k$로 취하면 $nk = 2k + n - 1 \Rightarrow n = 2 + \frac{1}{k-1}$, $\therefore k=2$, 즉 $n=3$. 대칭성으로부터 $\begin{cases} m=2 \\ n=3 \end{cases}$과 $\begin{cases} m=3 \\ n=2 \end{cases}$을 얻는다(그림).

$\therefore$ 총 5가지의 서로 다른 전개법이 있다.

시 험 22

I. 선택문제

1. (ㄷ) 주어진 식$= -1[-1-(14-5+90)]-9$
$= -1(-1-99)-9 = 91$.

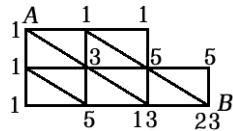
2. (ㄷ) 주어진 식$=\dfrac{-\dfrac{3}{2}+\dfrac{8}{7}}{1-4-2}=\dfrac{-\dfrac{5}{14}}{-5}=\dfrac{1}{14}$

3. (ㄹ) 두변에 -6을 곱하면 $36x+34<-12x+9$를 얻는다. 따라서 $50x<-25, x<-0.5$

4. (ㄴ) ①, ②, ③, ④걸음이 다 틀린다는것을 쉽게 찾아볼수 있다.

5. (ㄱ) $\left[\dfrac{\left[\dfrac{91}{n}\right]}{n}\right]=x$는 정의옹근수 n이 증가함에 따라 감소(또는 변하지 않는다.)한다. 예측값 $n\approx\sqrt{91}\approx9$, 계산해보자. $n=6,7, 8, 9, 10$일 때 $x=2, 1, 1, 1,0$이다. 따라서 $n=7, 8, 9$이다.

6. (ㄷ) 인수분해한다. 즉 $12=2^2\times3$, $30=2\times3\times5, 42=2\times3\times7, 44=2^2\times11$, $57=3\times19$, $91=7\times13$, $95=5\times19$, $143=11\times13$, 따라서 쉽게 증명할수 있다. 즉 $12\times42\times95\times143=30\times44\times57\times91$

7. (ㄷ) 그림과 같이 매개 하나의 분기점밖의 수는 그 점의 앞방향으로 그 점을 통과하는 서로 다른 로선이 몇개 있는가를 표시한다. 그러므로 이 수는 그 점의 왼쪽, 웃쪽, 왼쪽웃방향의 3개 수의 합과 같다.

8. (ㄹ) 하나하나 검사하자. 1은 협조수라는것을 알수 있다. 만일 A가 2로 완제된다면 A의 마지막자리수는 짝수이고 2를 임의로 A에 넣어 얻은 C의 마지막자리수도 반드시 짝수로 된다. 그러므로 C는 2로 완제될수 있다. 이로부터 2는 협조수이다. 만일 A가 3으로 완제된다면 A의 매 자리수의 합은 3의 배수이고 3을 임의로 A를 넣어 얻은 C의 매 자리수의 합은 의연히 3의 배수로 된다. 따라서 C는 3으로 완제될수 있다. 이로부터 3은 협조수이다. 만일 A가 11로 완제된다면 A의 홀수자리수의 합과 짝수자리수의 합의 차는 11의 배수로 된다. 11을 임의로 A에 넣어 얻은 C의 홀수자리수의 합과 짝수자리수의 합의 차는 변하지 않고 11의 배수로 된다. 따라서 C는 11로 완제될수 있으므로 11은 협조수이다. 2와 류사하게 5, 10이 협조수라는것을 알수 있다. 3과 같이 9가 협조수라는것을 알수 있다. 2, 3이 협조수라는데로부터 6이 협조수라는것을 증명할수 있다. 3, 5

가 협조수라는데로부터 15가 협조수라는것을 증명할수 있다. 2, 3, 11이 협조수라는데로부터 66이 협조수라는것을 알수 있다. 9, 10이 협조수라는데로부터 90이 협조수라는것을 알수 있다. 그밖에 A=12, B=4라고 하면 C=142는 4로 완제될수 없다. 그러므로 4는 협조수가 아니다. 같은 원리로 7, 12도 협조수가 아니다. 따라서 14개 수중 모두 11개의 협조수를 가진다.

Ⅱ. 채우기문제

1. 24　　식 1에 4를 곱하고 식 2를 더하면 $9a+2b-5c=24$.

2. $(3-x)(3x+2)(6x^2+7x+6)$　　$7x+6=A$, $x^2=B$라고 하면 주어진 식 $=[(x+1)(x+6)]\cdot[(x+2)(2x+3)]-20x^4=(A+B)(A+2B)-20B^2=A^2+3AB-18B^2=(A+6B)(A-3B)=(6x^2+7x+6)(6+7x-3x^2)=(3-x)(3x+2)(6x^2+7x+6)$.

3. 20　　직3각형의 빗변은 큰 바른4각형의 변경계우에 있는데 $4\times(1+2)=12$개 구할수 있다. 그 나머지 $4\times2=8$개 더 찾을수 있다. 총 20개.

4. C, A, D, B　　만일 가가 말한 앞의 절반이 맞고 뒤의 말이 틀린다고 하면 다와 모순된다. 그러면 가가 말한것은 앞의 말이 틀리고 뒤의 말이 옳다. 이로부터 나가 말한것은 앞의 절반이 틀리고 뒤의 말이 옳다. 다가 말한것은 앞의것이 맞고 뒤의것은 틀린다. 그러므로 D는 3등, A는 2등, C는 1등, B는 4등이다.

5. B가 먼저 도착한다.　　차속도가 달리는 속도의 k배라고 하면 A는 $\frac{1}{k+1}$시간보다 적게 차를 타고 그 나머지 시간은 달렸다. $2<k<3$으로부터 $\frac{1}{4}<\frac{1}{k+1}<\frac{1}{3}<\frac{2}{5}$를 알수 있다. 즉 A가 차를 탄 시간은 B보다 작으므로 B가 먼저 도착한다.

6. 27

7. $\sqrt{2}-1$

8. -1

Ⅲ. 풀이문제

1. DE를 맺고 $\triangle AED$, $\triangle EFD$, $\triangle BFE$, $\triangle BCF$, $\triangle FCD$의 면적을 각각 x, y, z, u, t라고 하면 $x=\frac{1}{2}\times\frac{2}{5}\times40=8$, $x+y+z=\frac{2}{5}\times40=16$이다. $S_{AEFD}=x+y=S$라고 하면 $z=16-s$, $y=s-8$, $s+t=20$이다. $t=20-s$, $t+u=\frac{3}{5}\times$

40이므로 $u=24-t=4+s$. $\frac{y}{z}=\frac{t}{u}$, 즉 $\frac{s-B}{16-s}=\frac{20-s}{4+s}$ 이다. 이로부터 $s=11$, $S_{AEFD}=11$.

2. (1): 만일 $q=0$이라면 원우에 모두 남자아이가 있다. 이때 $p=a$, $q=b=0$, 따라서 $a-b=p-q$. 같은 원리로부터 $p=0$, $a-b=p-q$가 성립한다. (2): 만일 $pq\neq0$이라면 ①: $p+q\geq4$일 때 원우에는 남자, 녀자도 있다. 그러므로 반드시 다음의 정황이 발생한다. 즉 x－남－녀－y, 여기서 x, y는 남자 또는 녀자일수 있다. 구체적으로 분석하면 4가지 정황이 생긴다. 즉 (Ⅰ)－남－남－녀－녀－(Ⅱ)－남－남－녀－남－(Ⅲ)－녀－남－녀－녀－(Ⅳ)－녀－남－녀－남－; 가운데 두개의 위치를 바꾸면 각각 (Ⅰ')－남－녀－남－녀－(Ⅱ')－남－녀－남－남－(Ⅲ')－녀－녀－남－녀－(Ⅳ')－녀－녀－남－남－; 정황 (Ⅰ) 또는 (Ⅳ)에 대하여 a와 b를 바꾸면 1이 증가(또는 감소)한다. 그러므로 $a-b$는 변하지 않는다; 정황(Ⅱ) 또는 (Ⅳ)에 대하여 a와 b를 바꾸면 모두 변하지 않는다. 그러므로 $a-b$도 역시 변하지 않는다. 이로부터 다음과 같은 결론을 얻는다. 이웃한 두명의 남녀의 위치를 바꾸면 $a-b$는 변하지 않는다. 따라서 $a=p-1$, $b=q-1$을 알수 있다. ∴ $a-b=p-q$이다. ②: $p+q\leq3$일 때 3가지 정황으로 나눌수 있다. 즉 (Ⅰ) $p=1$, $q=1$이면 $a=b=0$, 따라서 $a-b=p-q$, (Ⅱ) $p=2$, $q=1$이면 $a=1$, $b=0$, $a-b=p-q$, (Ⅲ) $p=1$, $q=2$이면 $a=0$, $b=1$, 따라서 $a-b=p-q$, 종합하면 $a-b=p-q$가 성립한다.

3. BH는 직3각형 PBC에서 빗변의 높이이므로 $\triangle BCP\backsim\triangle HCB$로부터 $\frac{BC}{BP}=\frac{CH}{BH}$이다. $BC=DC$, $BP=BQ$이므로 $\frac{CD}{BQ}=\frac{CH}{BH}$이다. $\angle B=\angle C=90^\circ$, $\angle PBH=\angle BCP$이므로 $\angle HBQ=\angle HCD$이다. 따라서 $\triangle HBQ\backsim\triangle HCD$, $\angle DHC=\angle QHB$, 이로부터 $\angle DHQ=\angle CHB=90^\circ$ 즉 $DH\perp HQ$.

시 험 23

I. 선택문제

1. (ㄹ)

2. (ㄷ) $x<-1$일 때 방정식은 $4-x-x-1=5$로 변형된다. 즉 $x=-1$, 이것은 모순된다. 이때 풀이가 없다.

$-1\leq x\leq4$일 때 방정식은 $4-x+x+1=5$로 변형된다. 즉 $5=5$, 이것

은 항등식이다.

∴이때 풀이모임은 $-1 \le x \le 4$.

$x > 4$일 때 방정식은 $x-4+x+1=5$이다. 즉 $x=4$. 이것은 모순된다. 이때 풀이를 가지지 않는다.

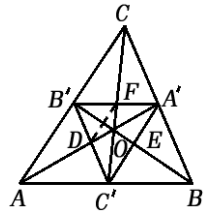
결과 방정식의 풀이모임은 $-1 \le x < 4$.

3. (ㄹ)　이 세각의 합은 360°이다. 3개의 무딘각이 아닌 각의 합은 360° 보다 작을수밖에 없다. 3개의 무딘각의 합은 360°와 같을수 있다. 두개의 무딘각과 하나의 비무딘각의 합도 역시 360°와 같을것이다.

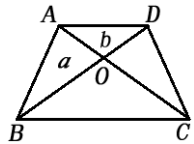
4. (ㄷ)　92년도 차량을 a라고 하면 94년도는 $a\left(1+\frac{10}{100}\right)^2=a\cdot\frac{12100}{10000}$이다. 그러면 96년도에는 $a\frac{12100}{10000}\left(1-\frac{10}{100}\right)^2=a\cdot\frac{9801}{10000}$

5. (ㄴ)　$x=\sqrt{\frac{a-1}{3}}$이라고 하면 $a=3x^2+1$, $\frac{a+8}{3}=x^2+3$.

이로부터 주어진 식$=\sqrt[3]{3x^2+1+(x^2+3)\cdot x}+\sqrt[3]{3x^2+1-(x^2+3)\cdot x}=\sqrt[3]{(1+x)^3}+\sqrt[3]{(1-x)^3}=2$.

6. (ㄹ)　$AC'A'B'$는 평행4변형이다. 대각선 AA'와 $B'C'$는 호상 2등분한다. 이로부터 $S_{\triangle AB'D}=S_{\triangle A'B'D}=S_{\triangle ADC'}=S_{\triangle A'DC'}$ 같은 원리로부터 $S_{\triangle BEC'}=S_{\triangle B'EC'}=S_{\triangle BEA'}=S_{\triangle B'EA'}$, $S_{\triangle CFA'}=S_{\triangle C'FA'}=S_{\triangle CFB'}=S_{\triangle C'FB'}$.
DF를 맺으면 $DF//AC$, ∴$S_{\triangle ADB'}=S_{\triangle CFB'}$.
같은 원리로부터 $S_{\triangle ADC'}=S_{\triangle BEC'}$.

7. (ㄴ)　$AD//BC$이므로 $S_{\triangle ABD}=S_{\triangle ACD}$이다. ∴$S_{\triangle ODC}=a$.

그리고 $\frac{S_{\Delta ABO}}{S_{\Delta AOD}}=\frac{S_{\Delta BOC}}{S_{\Delta COD}}=\frac{BO}{DO}$이므로 $S_{\triangle BOC}=\frac{a^2}{b}$,

그리고 $\frac{\text{웃변}}{\text{밑변}}=\frac{S_{\Delta ABD}}{S_{\Delta BDC}}=\frac{a+b}{a+\frac{a^2}{b}}=\frac{a+b}{\frac{a(a+b)}{b}}=\frac{b}{a}$.

8. (ㄷ)　$x=[x]+\gamma$, $[x]^2=\gamma\cdot x$이므로 $\frac{[x]}{\gamma}=\frac{x}{[x]}\Rightarrow\frac{[x]-\gamma}{\gamma}=\frac{\gamma}{[x]}$, ∴ $[x]<2$ 아니면 오른쪽$=\frac{\gamma}{[x]}<1$, 왼쪽$=\frac{[x]-\gamma}{\gamma}>1$이므로 이것은 모순

된다. 그리고 $x>0$이므로 $[x]=1$이다. ∴ $\frac{1-\gamma}{\gamma}=\frac{\gamma}{1}$, 즉 $\gamma=\frac{\sqrt{5}-1}{2}$, ∴ $x=\frac{\sqrt{5}+1}{2}$.

Ⅱ. 채우기문제

1. 주어진 식$=-a+a+b+c-a-b-c=-a$

2. 주어진 식$=\frac{3\sqrt{3}-7\sqrt{2}}{7\sqrt{3}-8\sqrt{2}}=\frac{\left(3\sqrt{3}-7\sqrt{2}\right)\left(7\sqrt{3}+8\sqrt{2}\right)}{\left(7\sqrt{3}-8\sqrt{3}\right)\left(7\sqrt{3}+8\sqrt{2}\right)}$

$$=\frac{63-112-49\sqrt{6}+24\sqrt{6}}{147-128}=\frac{49+25\sqrt{6}}{19}.$$

3. $\frac{a^3+2b}{3a}$ $(x+y)^3=x^3+y^3+3xy(x+y)$이므로 $a^3=b+3axy$, 즉 $xy=\frac{a^3-b}{3a}$이다. 그리고 $x^3+y^3=(x+y)(x^2-xy+y^2)$이므로 $x^2+y^2=\frac{x^3+y^3}{x+y}+xy=\frac{b}{a}+\frac{a^3-b}{3a}=\frac{a^3+2b}{3a}$

4. $\frac{\sqrt{(a+b)^2}}{|b+1|}=\left|\frac{a+b}{b+1}\right|$이므로 $\frac{a+b}{b+1}\le 0$, 즉 $a\ge -b>1$ 또는 $a\le -b<1$일 때 주어진 등식이 성립한다.

5. 4, 3 적분식이 있다.

(1) $\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}}=\frac{a}{\frac{bd}{c}}=\frac{ac}{bd}$, (2) $\frac{\frac{\frac{a}{b}}{c}}{d}=\frac{a}{\frac{b}{cd}}=\frac{acd}{b}$,

(3) $\frac{\frac{a}{\frac{b}{c}}}{d}=\frac{\frac{ac}{b}}{d}=\frac{ac}{bd}$, (4) $\frac{\frac{\frac{a}{b}}{c}}{d}=\frac{\frac{a}{bc}}{d}=\frac{a}{bcd}$,

주] $\frac{a}{\frac{b}{\frac{c}{d}}}$는 문제의미와 부합되지 않는다.

6. 주어진 식$=10\left(3^n-2^{n-1}\right)=2\times5\left(3^n-2^{n-1}\right)$, ∴2, 5를 채워넣는다.

7. 이미 알고있는것으로부터 $1+\dfrac{c}{b}=2\cdot\dfrac{a}{b}\cdot\dfrac{c}{b}$, $\dfrac{c}{b}=\dfrac{9}{7}\left(\dfrac{a}{b}\right)^2-\dfrac{6}{7}\cdot\dfrac{a}{b}$, $\dfrac{c}{b}$를 소거해버리면 $18\left(\dfrac{a}{b}\right)^3-21\left(\dfrac{a}{b}\right)^2+6\cdot\dfrac{a}{b}-7=0$,

즉 $\left[3\left(\dfrac{a}{b}\right)^2+1\right]\left(6\cdot\dfrac{a}{b}-7\right)=0$, $\therefore\dfrac{a}{b}=\dfrac{7}{6}$, 이것을 다시 대입하고 $\dfrac{a}{b}$를 소거해버리면 $\dfrac{c}{b}=\dfrac{3}{4}$.

∴ 응당 $a:b:c=14:12:9$이다.

8. 주어진 식이 x와 같다고 하자. 풀이부호의 무한성을 리용하면 $\sqrt{2-\sqrt{2+x}}=x$, 이 방정식의 풀이는 $x^4-4x^2-x+2=0$이다. 이것을 인수분해하면 $(x+1)(x-2)(x^2+x-1)=0$. $x=-1, 2, \dfrac{-1\pm\sqrt{5}}{2}$, $0<x<2$이므로 $x=\dfrac{-1+\sqrt{5}}{2}$

Ⅲ. 풀이문제

1. 먼저 다항식중에서 $-3y^2-5y+2$를 분해하여 $(y+2)(-3y+1)$을 얻는다. 그러면 주어진 다항식을 $kx^2-2xy+3x-3y^2-5y+2$라고 할수 있다.

$kx^2-2xy+3x-3y^2-5y+2=(lx+y+2)(mx-3y+1)$

$=lmx^2+(m-3l)xy-3y^2+(2m+l)x-5y+2$.

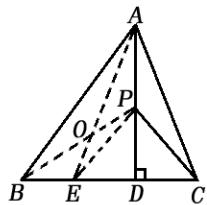
량변의 대응하는 항의 결수를 비교하면

$\begin{cases} lm=k \\ m-3l=-2 \\ 2m+l=3 \end{cases}$, 이것을 풀면 $k=1$을 얻는다.

2. $AE=AC$, 점 O에서 BP와 사귀게 EP를 맺으면

$\triangle ABO$에서 $AO+OB>AB$……①

$\triangle OPE$에서 $OP+OE>PE$……②

∴ ①+②로부터 $AE+BP>AB+PE$. 그림으로부터 $EP=PC$임을 증명할수 있다. ∴ $AC+BP>AB+PC$, 즉 $AB-AC<PB-PC$.

3. 이미 알고있는것으로부터 등식에서 모든 $x>0$이 성립한다. $x=1$을 취하면 $2^m-1=2^P$, $2^m\neq0$이므로 2^m-1은 홀수이다. ∴$P=0$, $m=1$, 다시 $x=2$라고 하면 $\frac{3}{2^n}-1=\frac{1}{2^q}$, 즉 $3\cdot2^q=2^n(2^q+1)$, $\therefore 2^q+1=3$, $2^q=2^n$, 즉 $q=n=1$, ∴주어진 식$=9$이다.

시 험 24

I. 선택문제

1. (ㄹ) abc의 자리수는 $3n, 3n-1, 3n-2$자리입니다.

2. (ㄹ) $m=3a+1=7b+5=11c+4$, 그중 a, b, c는 모두 부수가 아닌 옹근수라고 하면 $a=\frac{2c}{3}+3c+1$ ……①, $b=\frac{4c-1}{7}+c$ ……②, ①로부터 c는 반드시 3으로 완제된다. ②로부터 $c=3, 6$일 때 b는 옹근수가 될수 없다. 그리고 $c=9$일 때 b는 정의옹근수로 될수 있다. 그러므로 가장 작은 부수아닌 옹근수는 $c=9$이다. 가장 작은 정의옹근수 $m=11\times9+4=103$이다. 이것을 4로 나눈 나머지수는 3이다.

3. (ㄱ) $0, 2, 4$가 모두 풀이이고 또 -2도 하나의 풀이로 된다는것을 쉽게 증명할수 있다.

4. (ㄴ) $2x^3+3x^2-x=(2x+1)(x^2+x-1)+1$이므로 $x^2+x-1=0$을 대입하면 $2x^3+3x^2-x=1$을 얻는다.

5. (ㄷ) 문제로부터 3개의 수는 모두 정수가 아니라고 하면 반드시 하나는 정수이고 두개는 부수이다.

6. (ㄴ) 물흐름을 따라 6시간, 물을 거슬러 8시간 간다는것은 배의 속도가 물속도의 7배라는것을 말해준다. 고요한 물에서 $\frac{6\times8}{7}=6\frac{6}{7}$시간 요구된다.

7. (ㄹ) 주어진 식$=\frac{1}{2}[(b-c)^2+(c-a)^2+(a-b)^2]=\frac{1}{2}\times(1+1+4)=3$.

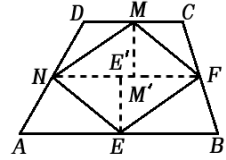
8. (ㄱ) $a>2b$, $b>3c$, $c>4d$, $d>100$으로부터 $a\geq2b+1\geq2(3c+1)+1=6c+3\geq6(4d+1)+3=24d+9\geq24\times101+9=2433$.

Ⅱ. 채우기문제

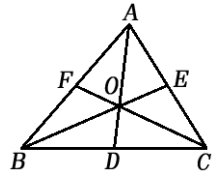
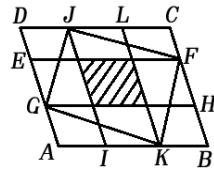
1. 154 $1350=2\cdot5^2\cdot3^3=(2\cdot5^2)\cdot1^2\cdot3^3=(2\cdot3^3)\cdot5^2\cdot1^3=(2\cdot5^2\cdot3)\cdot3^2\cdot1^3=(2\cdot3)\cdot(3\cdot5)^2\cdot1^3$이므로 (a, b, c)는 $(2, 5, 3)$, $(50, 1, 3)$, $(54, 5, 1)$,

(150, 3, 1), (6, 15, 1) 5가지가 가능하다. 그중 $a+b+c$가 취할수 있는 최대값은 150+3+1=154이다.

2. 905　　$7d < 1990$으로부터 $d < 284$, $5c < 9d$로부터 $c < \frac{6}{5}d \leq \frac{6}{5} \times 284 \leq 340$이다. $3b < 4c$로부터 $b < \frac{4}{3}c \leq \frac{4}{3} \times 340 \leq 453$을 얻는다. $a < 2b$로부터 $a < 2 \times 453 \leq 905$를 얻는다.

3. 6　　그림과 같이 $S_{EFMN} = \frac{1}{2}NF \times MM' + \frac{1}{2}NF \times EE' = \frac{1}{2}NF(MM' + EE') = \frac{1}{2}NF \times$ 제형의 높이$= \frac{1}{2}S_{ABCD} = \frac{1}{2} \times 12 = 6$

4. 4　　구하려는것을 x라고 하면 동생은 매시간 전체 벼의 $\frac{1}{x}$을 가을할수 있다. 방정식을 세우면 $\frac{1}{2.5} + \left(1 + 1\frac{24}{60}\right) \cdot \frac{1}{x} = 1$

5. 80　　닮은 3각형의 면적비는 대응하는 변의 두제곱의 비이다. 바른3각형의 변길이는 원래변길이의 9배 크게 하면 그 면적은 원래면적의 81배이다.

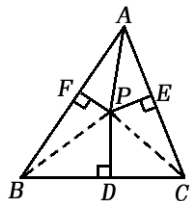
6. 33　　6개의 작은 3각형의 면적이 모두 같으므로 15쌍의 면적이 같은 3각형을 만들수 있다. 2개의 작은 3각형을 합쳐서 만든 3개의 3각형의 면적은 같다. 그러므로 3쌍의 면적이 같은 3각형을 만들수 있다. 3개의 작은 3각형을 합쳐서 만든 6개의 3각형은 모두 면적이 같다. 그러므로 15쌍의 면적이 같은 3각형을 만들수 있다. 총 15+3+15=33개이다.

7. 161　　그림과 같이 $S_{ABCD} = S_{AKNG} + S_{BFPK} + S_{CJQP} + S_{DGMJ} + S_{MNPQ} = 2S_{\triangle KNG} + 2S_{\triangle FPK} + 2S_{\triangle JQF} + 2S_{\triangle GMJ} + S_{MNPQ} = 2 \cdot (S_{\triangle KNG} + S_{\triangle FPK} + S_{\triangle JQF} + S_{\triangle GMJ} + S_{MNPQ}) - S_{MNPQ} = 2S_{GKFJ} - S_{MNPQ} = 2 \times 90 - 19 = 161$.

Ⅲ. 풀이문제

1. $AB=a$, $BC=b$라고 하면 $BE = \frac{3}{a}$, $CE = b - \frac{8}{a}$, $DF = \frac{10}{b}$, $FC = a - \frac{10}{b}$

이다. 따라서 $\begin{cases} \frac{1}{2}\left(b-\frac{8}{a}\right)\times\left(a-\frac{10}{b}\right)=3 \\ ab=3+4+5+S \end{cases}$

그러면 $ab-8-10+\frac{80}{ab}=6$, 즉 $12+S-8-10+\frac{8}{12+s}=6$, $\frac{80}{12+S}=12-S$, 즉 $144-S^2=80$, 따라서 $S=\sqrt{144-80}=8$.

2. 7자리수의 홀수자리의 네개 수의 합을 A, 짝수자리의 3개 수의 합을 B라고 하면 $|A-B|=11k$(k는 자연수 또는 0)이고 $A+B=0+1+2+3+4+5+6=21$이다. A, B는 모두 21보다 작은 정수이므로 $|A-B|<21$이다. 또한 $A+B$는 홀수이므로 $A-B\neq0$, 즉 $k\neq0$이다. 이로부터 $k=1$만이 될수 있다. 즉 $|A-B|=11$, 따라서 A와 B중 하나는 $\frac{21+11}{2}=16$이고 다른 하나는 $\frac{21-11}{2}=5$이다. 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6중 가장 작은 네개 수의 합은 6(>5)이므로 $A=16$, $B=5$이다. 이 7개의 수중에서 3개 수의 합이 5인것은 다만 0, 1, 4와 0, 2, 3들뿐이다. 그러므로 $B=0+1+4$, $A=2+3+5+6$ 또는 $B=0+2+3$, $A=1+4+5+6$이다. 이 3개수는 반드시 한조에 속하므로(즉 짝수자리) 0은 마지막 자리수가 될수 없다. 그러므로 구하려는 수는 55의 배수이다. 이로부터 마지막자리수는 반드시 5이다. 그러면 가장 작은 수는 첫번째 자리수가 1, 두번째 자리수가 0, 세번째 자리수가 4이다. 이렇게 얻은 가장 작은 수는 1042635이다. 가장 큰 수는 첫번째 자리수가 6, 두번째 자리수가 4, 세번째 자리수가 3이다. 이렇게 얻은 가장 큰 수는 6431205이다.

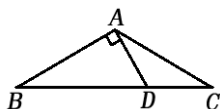
3. $BD=x$, $CE=y$, $AF=z$라고 하면 $DC=17-x$, $AE=18-y$, $FB=19-z$이다. PA, PB, PC를 맺으면 직3각형 PBD와 직3각형 PBF에서 $x^2+PD^2=(19-z)^2+PF^2$이다. 같은 원리로부터 $y^2+PE^2=(17-x)^2+PD^2$, $z^2+PF^2=(18-y)^2+PE^2$이다. 우의 세식을 더하면 $x^2+y^2+z^3=(17-x)^2+(18-y)^2+(19-z)^2$이다. $x+y+z=27$로부터 $\begin{cases} 17x+18y+19z=487 \\ y=27-x-z \end{cases}$를 얻을수 있다. 그러므로

$x-z=-1, x+(19-z)=18$, 즉 $BD+BF=18$이다.

시 험 25

I. 선택문제

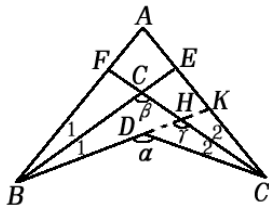
1. (ㄹ) ①은 인수분해되지 않았다. ②식은 완전히 인수분해되지 않았다(인수분해의 개념으로부터 알수 있다). ⑤식도 역시 인수분해되지 않았다. 따라서 (ㄹ)를 선택한다.

2. (ㄷ) 주어진 식= $\dfrac{\dfrac{2x+3xy-2y}{xy}}{\dfrac{x-2xy-y}{xy}}=\dfrac{\dfrac{2}{y}+3-\dfrac{2}{x}}{\dfrac{1}{y}-2-\dfrac{1}{x}}=\dfrac{3}{5}$

3. (ㄷ) $\angle B=\angle C=30^\circ$, $\angle BAC=120^\circ$이므로 $\angle DAC=30^\circ$이다. $|AD|=x$라고 하면 $\triangle ADC$에서 $AD=DC=x$이다. 직3각형 ABD에서 $\angle B=30^\circ$이므로 $BD=2AD=2x$, $BD+DC=3x=24$. $\therefore AD=8$.

4. (ㄴ) $x=1-\sqrt{3}$이므로 $x-1=\sqrt{3}\Rightarrow x^2-2x-2=0$이다. 따라서 주어진 식$=x^3(x^2-2x-2)(x^3+1)+1=1$

5. (ㄴ) $2(a^2+b^2+c^2+d^2)=2ab+2bc+2cd+2da\Rightarrow(a-b)^2+(b-c)^2+(c-d)^2+(d-a)^2=0\Rightarrow a=b=c=d$이다. ∴ 4각형은 등변4각형이다.

6. (ㄴ) 하나의 방정식을 만들면 $(x-y)A^2-(x-z)A+(y-z)=0$, 이때 $\triangle=0$, 그러면 이 방정식은 두개의 같은 풀이를 가진다. 또한 매항결수의 합은 0이라는것을 알수 있다. 그것은 풀이 $A=1$을 가진다. $\therefore x-z=2(x-y)=2(y-z)$, 그중 하나의 등식을 취하면 간단히 $x+z=2y$로 된다.

7. (ㄷ) BD를 연장하여 FC, AC와 각각 점 H, K에서 사귀게 한다. $\angle GBD=\angle 1$, $\angle DCG=\angle 2$, $\angle BDC=\alpha$, $\angle BGC=\beta$, $\angle DHC=\gamma$라고 하자. $\alpha=\gamma+\angle 2$, $\gamma=\beta+\angle 1$이므로 $\alpha=\beta+\angle 1+\angle 2$, $\angle 1+\angle 2=140^\circ-110^\circ=30^\circ$, 같은 원리로부터 $\beta=\angle A+\angle 1+\angle 2$를 얻는다. $\therefore\angle A=80^\circ$.

8. (ㄹ) $x=7$로 취하면 $M=\sqrt{[\sqrt{7}]}=\sqrt{2}$, $N=\left[\sqrt{\sqrt{7}}\right]=1$, $M>N$이다. $x=16$으로 취하면 $M=\sqrt{[\sqrt{16}]}=2$, $N=\left[\sqrt{\sqrt{16}}\right]=2$, $M=N$이다. 이로부터 (ㄱ), (ㄴ), (ㄷ)는 모두 틀린것들이다. 따라서 (ㄹ)를 선택한다.

Ⅱ. 채우기문제

1. $\frac{\sqrt{6}}{3}$ $2x^2-6xy+9y^2-4x+4=0$이므로 $(x-3y)^2+(x-2)^2=0$이다. ∴ $x=2, y=\frac{2}{3}$, $\sqrt[x]{y}=\sqrt{\frac{2}{3}}=\frac{\sqrt{6}}{3}$

2. -10 주어진 다항식을 변형하면 $p^2(p-7)^2+6(p-7)^2-10$이다. 조건 $p=7$로부터 다항식의 값은 -10이다.

3. $\frac{1}{4}$ 4각형 $ABFE$에서 $EF=AB$이다. $EF/\!/AB$, 직4각형 $ABCD$에서 $\angle ABC$=직각, ∴$EF\perp BC$, $\triangle EBF$에서 A', B'는 각각 EB, BF의 가운데점이므로 $A'B' \underline{/\!/} \frac{1}{2}EF$이다. 같은 원리로부터 $B'C' \underline{/\!/} \frac{1}{2}BC$이다. ∴$C'B'\perp A'B'$, $\angle A'B'C'$=직각이다. 같은 원리로부터 $\angle B'C'D'=\angle C'D'A'$=직각, ∴4각형 $A'B'C'D'$는 직4각형이다. 따라서 $S_{A'B'C'D'}=A'B'\cdot B'C'=\frac{1}{2}EF\cdot\frac{1}{2}BC=\frac{1}{4}AB\cdot BC=\frac{1}{4}S_{ABCD}$.

4. $\underbrace{333\cdots3}_{n개}$ 주어진 식$=\sqrt{\frac{1}{9}\left(10^{2n}-1\right)-\frac{2}{9}\left(10^{n}-1\right)}$

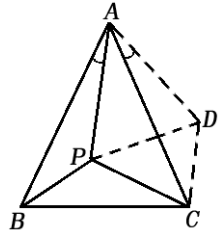
$$=\sqrt{\frac{10^{2n}-2\cdot10^{n}+1}{9}}=\frac{10^{n}-1}{3}=\underbrace{333\cdots3}_{n개}$$

5. 1 $x-y=m, y-z=n$이라고 하자. $z-x=-(m+n)$을 등식에 대입하면 $m^2+n^2+[-(m+n)]^2=[-m-(m+n)]^2+(-n+m)^2+[(m+n)+n]^2$ 정리하면 $m^2+n^2+mn=0$. $[m],[n]$은 모두 0이 아닐 때 $m^2+n^2\geq 2mn$이므로 $m=n=0$, 즉 $x=y=z$. 주어진 식=1.

6. $\frac{2}{3}$ 주어진 식$=\frac{\left(\sqrt{7}+\sqrt{10}\right)+\left(2+\sqrt{7}\right)}{\left(\sqrt{7}+\sqrt{10}\right)\left(2+\sqrt{7}\right)}+\frac{\left(\sqrt{13}+\sqrt{10}\right)+\left(4+\sqrt{13}\right)}{\left(\sqrt{13}+\sqrt{10}\right)\left(4+\sqrt{13}\right)}$

$$=\frac{1}{2+\sqrt{7}}+\frac{1}{\sqrt{7}+\sqrt{10}}+\frac{1}{4+\sqrt{13}}+\frac{1}{\sqrt{13}+\sqrt{10}}=\frac{\sqrt{7}-2}{3}+\frac{\sqrt{10}-\sqrt{7}}{2}+$$

$$+\frac{4-\sqrt{13}}{3}+\frac{\sqrt{13}-\sqrt{10}}{3}=\frac{4}{3}-\frac{2}{3}=\frac{2}{3}$$

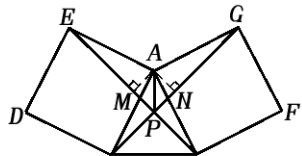
7. 7　　AC를 한변으로 하는 $\triangle ABC$의 바깥에 $\angle CAD = \angle BAP$를 그리고 AD변우에서 $AD = AP$ 되게 취한다. DC, DP를 맺으면 $\angle APD = \angle ADP$ $\therefore \triangle ADC \equiv \triangle APB$이다. $\angle ADC = \angle APB$, $DC = PB$ 그리고 $PC > PB$이므로 $PC > DC$, $\angle CDP > \angle CPD$ $\therefore$ $\angle CDP + \angle ADP > \angle CPD + \angle APD$, $\angle ADC > \angle APC$ $\therefore$ $\angle APB > \angle APC$.

8. $\frac{25}{6}$　　$a+b+c=1 \cdots\cdots ①$, $a^2+b^2+c^2=2 \cdots\cdots ②$, $①^2 - ②$로부터 $ab+bc+ca=-\frac{1}{2}$을 얻는다. $a^3+b^3+c^3-3abc=(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca)$ 및 $a^3+b^3+c^3=3$으로부터 $3-3abc=1 \cdot \left(2+\frac{1}{2}\right) \Rightarrow abc=\frac{1}{6}$, $(a+b+c)(a^3+b^3+c^3)=3$. 정리하면 $a^4+b^4+c^4+2(ab+bc+ca)-abc(a+b+c)=3 \Rightarrow a^4+b^4+c^4=\frac{25}{6}$

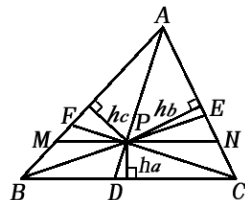
Ⅲ. 풀이문제

1. $x+y+z \neq 0$일 때 분수식의 성질로부터 $\frac{y+z+x+z+x+y}{x+y+z} = \frac{y+z}{x} = 2$를 얻는다.

$x+y+z=0$일 때 $y+z=-x$이므로

$\therefore$ $\frac{y+z}{x}=-1$.

2. $AM \perp EC, AN \perp BC$ 되게 그리고 그 수직점을 각각 M, N이라고 한다. 그러면 $\triangle AEC \equiv \triangle ABG$임을 증명할수 있다. $\therefore$ $S_{\triangle AEC} = S_{\triangle ABG}$ 즉 $\frac{1}{2}EC \cdot MA = \frac{1}{2}BG \cdot AN$, $EC=BG$이므로 $AM=AN$, $\therefore AP$는 $\angle EPG$를 2등분한다.

3. P로부터 a, b, c 세변까지의 거리를 각각 h_a, h_b, h_c라고 하자.

$\frac{h_a}{h_b}=\frac{b}{a}$, $\frac{h_a}{h_c}=\frac{c}{a}$이므로 $ah_a=bh_b=ch_c$,

$\therefore\ S_{\triangle PBC}=S_{\triangle PCA}=S_{\triangle PAB}=\frac{1}{3}S_{\triangle ABC}$

a, b, c 세변의 높이를 각각 H_a, H_b, H_c라고 하면 $\frac{h_a}{H_a}=\frac{h_b}{H_b}=\frac{h_c}{H_c}=\frac{1}{3}$이다. AP, BP, CP를 맺고 연장하여 대응변과 D, E, F에서 사귄다고 하면 $\frac{AP}{PD}=\frac{BP}{PE}=\frac{CP}{PF}=\frac{2}{1}$, $\therefore$ P는 $\triangle ABC$의 무게중심이다. P를 지나 $MN//BC$되게 그리면 $\frac{S_{\Delta AMN}}{S_{\Delta ABC}}=\left(\frac{AP}{AP}\right)^2=\frac{4}{9}$, $\frac{S_{\Delta ABC}-S_{\Delta AMN}}{S_{\Delta ABC}}=\frac{9-4}{9}$ $\Rightarrow\frac{S_{MNCB}}{S_{\Delta ABC}}=\frac{5}{9}\Rightarrow\frac{S_{MNCB}-S_{\Delta AMN}}{S_{\Delta ABC}}=\frac{1}{9}$, $\therefore S_{MNCD}-S_{\triangle AMN}=\frac{1}{9}S_{\triangle ABC}$, P를 지나 그밖의 두변에 평행인 직선을 그려도 같은 원리로부터 결론을 얻을 수 있다.

시 험 26

I. 선택문제

1. (ㄴ) (ㄴ)는 그림을 말로 그린것인데 대표적인 판단이 아니다.

2. (ㄴ) $-\sqrt[3]{343}=-7$, 다만 $-\pi$는 무리수이다.

3. (ㄷ) π는 무리수이지 문자가 아니다. $\frac{2x}{x}$는 분수식이다.

4. (ㄱ) $(c-b)[(a-b)^2+(a-b)(a-c)+(a-c)^2]=[(a-b)-(a-c)][(a-b)^2+(a-b)(a-c)+(a-c)^2]=(a-b)^3-(a-c)^3=2^3-\left(\sqrt[3]{7}\right)^3=1.$

5. (ㄹ) 볼록n각형의 내각의 합은 $(n-2)\times180^\circ$이다. 그 한 내각은 α라고 하면 $(n-2)\times180^\circ+\alpha=1350^\circ$이고 $0<\alpha<180^\circ$이다. 완제성질 $90/\alpha$로부터 구하면 $\alpha=90^\circ$, $n=9$이다.

6. (ㄹ) 방정식은 두개의 서로 다른 실수풀이를 가지므로 $b^2-4c>0$, 또한 $b\in\{2, 4, 6, 8, 10\}$, $b=2$, $b^2-4c=0$은 만족되지 않는다. 즉 $b=4$, $-4c<16\Rightarrow c<4$; $b=6$일 때 $4c<36\Rightarrow c<9$; $b=8$, $4c<64\Rightarrow c<16$; $b=10$일 때 $4c<100\Rightarrow c<25$이다. $\therefore$모두 $3+8+15+24=50$개 있다.

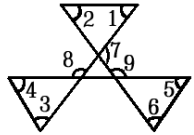
7. (ㄴ)　　외각의 합은 360°와 같으므로 그 외각중에서 무딘각은 최대로 3개 있다. 즉 내각에는 적어도 1993개의 무딘각이 있다.

8. (ㄱ)　　특수값법을 리용하여 $x=y=z=0$을 취하면 조건을 만족시킨다. ∴0을 27로 나눈 나머지는 0이다.

Ⅱ. 채우기문제

1. 주어진 식$=\dfrac{(x-1)(x-5)^2}{(x-1)^2(x-5)}=\dfrac{x-5}{x-1}$.

2. $a+b+c=0 \Rightarrow a+b=-c,\ a+c=-b,\ b+c=-a$ 로부터 주어진 식$=(-c)(-a)(-b)+abc=0$.

3. $\angle 1+\angle 2=\angle 7,\quad \angle 3+\angle 4=\angle 8,\quad \angle 5+\angle 6=\angle 9$이므로 주어진 식$=\angle 7+\angle 8+\angle 9=360^\circ$

4. $\left(1+\dfrac{1}{x-5}\right)-\left(1+\dfrac{1}{x-6}\right)=\left(1+\dfrac{1}{x-8}\right)-\left(1+\dfrac{1}{x-9}\right)$

$\dfrac{1}{x-5}-\dfrac{1}{x-6}=\dfrac{1}{x-8}-\dfrac{1}{x-9} \Rightarrow x=7$. 검산하면 $x=7$은 주어진 방정식의 풀이이다.

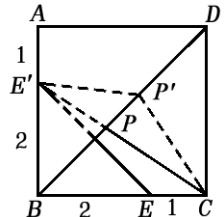
5. $a^2-3a=1,\ b^2-3b=1$이므로 a, b는 방정식 $x^2-3x-1=0$의 두개의 실수풀이이다. ∴ $a+b=3,\ ab=-1$, 그러므로 $\dfrac{b}{a^2}+\dfrac{a}{b^2}=\dfrac{a^3+b^3}{(ab)^2}=a^3+b^3$

$=(a+b)\left(a^2-ab+b^2\right)=(a+b)\left[(a+b)^2-3ab\right]=3\times\left(3^2+3\right)=36$

6. 주어진 식

$$=\left(\frac{1}{a}-\frac{1}{a+b}\right)+\left(\frac{1}{a+b}-\frac{1}{a+b+c}\right)+\left(\frac{1}{a+b+c}-\frac{1}{a+b+c+d}\right)$$

$$=\frac{1}{a}-\frac{1}{a+b+c+d}=\frac{b+c+d}{a+b+c+d}$$

7. 그림과 같이 직선 BD에 관한 점 E의 대칭점을 E'라고 하자. BD는 바른4각형의 대각선이므로 E'는 AB우에 있고 $BE'=2$이다. $E'C$를 맺고 BD와 P에서 사귀게 하면 $PE=PE'$.

맺는 두 점의 선분은 가장 짧으므로 이곳의

P점은 $PE+PC$이 가장 짧아지게 하는 점이다. 직3각형 $E'BC$에서 $CE'=\sqrt{BC^2+BE'^2}=\sqrt{13}$,

$PE+PC=PC+PE'=\sqrt{13}$, ∴ $\sqrt{13}$ 을 채워넣는다.

8. $\frac{2p-1}{q}\cdot\frac{2q-1}{p}=m$($m$은 옹근수)이라고 하면 $(2p-1)(2q-1)=mpq$, $(4-m)pq+1=2(p+q)$이므로 $m<4$이다. $m=1,2,3$을 각각 취하여보자.

(1) $m=1$일 때 즉 $\frac{2p-1}{q}\cdot\frac{2q-1}{p}=1$이면 유일풀이 $p=1$, $q=1$을 얻는다. 이것은 이미 알고있는 $p>1, q>1$과 모순된다(버린다);

(2) $m=2$일 때 $\begin{cases}\frac{2p-1}{q}=2\\ \frac{2q-1}{p}=1\end{cases}$ 또는 $\begin{cases}\frac{2p-1}{q}=1\\ \frac{2q-1}{p}=2\end{cases}$

그러나 $2p-1=2q$ 또는 $2q-1=2p$는 불가능하다. 왜냐하면 홀수≠짝수이기때문이다. ∴ $m=2$일 때 풀이가 없다;

(3) $m=3$일 때 $\begin{cases}\frac{2p-1}{q}=3\\ \frac{2q-1}{p}=1\end{cases}$ 또는 $\begin{cases}\frac{2p-1}{q}=1\\ \frac{2q-1}{p}=3\end{cases}$, 이것을 풀면 $\begin{cases}p=5\\ q=3\end{cases}$

또는 $\begin{cases}p=3\\ q=5\end{cases}$ 이다. ∴ $p+q=8$.

Ⅲ. 풀이문제

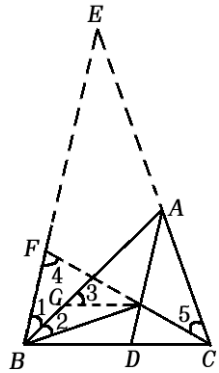
1. 증명하자: $a=3k+1$ 또는 $3k-1$, $b=3l+1$ 또는 $3l-1$이라고 하면 $a-b$는 3의 배수가 아니라는데로부터 $a=3k+1, b=3l-1$ 또는 $a=3k-1, b=3l+1$,

$a^3+b^3=(a+b)[(a+b)^2-3ab]$이므로 $a^3+b^3=3(k+l)[9(k+l)^2-3ab]=9(k+l)[3(k+l)^2-ab]$, 즉 a^3+b^3은 9의 배수이다. $a=3k-1$, $b=3l+1$일 때 같은 원리로 a^3+b^3이 9의 배수라는것을 증명할수 있다.

2. 만일 $\sqrt{5}+\sqrt{3}=\sqrt{a}-\sqrt{b}$ 이고 그중 $a>b>0$, a, $b\in z$라고 하면 $\left(\sqrt{5}+\sqrt{3}\right)^2=\left(\sqrt{a}-\sqrt{b}\right)^2$, 즉 $8+2\sqrt{15}=a+b-2\sqrt{ab}$,

$$\begin{cases} a+b=8 \cdots\cdots\cdots ① \\ \sqrt{15}=-\sqrt{ab} \cdots\cdots ② \end{cases}$$

②식의 두변의 부호는 서로 다르다. 따라서 성립될수 없으며 주어진 식도 역시 성립될수 없다. 즉 $\sqrt{5}+\sqrt{3} \neq \sqrt{a}-\sqrt{b}$.

3. 아래와 같이 증명하자. 그림과 같이 AB우에서 $AG=AC$되게 잘라내고 GP를 맺는다. $\triangle AGP \equiv \triangle ACP$이므로 $\angle 3=\angle 5$. B를 지나 $BE//AD$되게 그리고 CA, CP의 연장선과 각각 E, F에서 사귀게 하자. $\angle 1=\angle E$이므로 $AB=AE$. 그러므로 $\frac{AB}{AC}=\frac{AE}{AC}=\frac{PF}{PC}$, 그리고 $\angle 4=\angle E+\angle 5$이므로 $\angle 4=\angle 1+\angle 5$이다. $\angle 3 > \angle 2 \Rightarrow \angle 5 > \angle 2$이므로 $\triangle BFD$에서 $\angle 4 > \angle 1+\angle 2 \Rightarrow PF < PB$. 따라서 $\frac{PF}{PC}<\frac{PB}{PC}$, 그리고 $\frac{AB}{AC}=\frac{PF}{PC}$이므로 $\frac{AB}{AC}<\frac{PB}{PC}$.

시 험 27

I. 선택문제

1. (ㄹ) $-\frac{1}{a-1}>0$이므로 $a-1<0$, 주어진 식$=-(1-a)\sqrt{\frac{1}{1-a}}=-\sqrt{\frac{(1-a)^2}{1-a}}=-\sqrt{1-a}$.

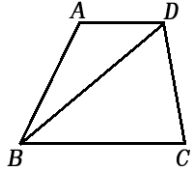
2. (ㄴ) $x:y:z=2:3:8$로부터 $x=2k, y=3k, z=8k$라고 하고 방정식에 대입하면 $k=\frac{10}{19}$, ∴ $x=\frac{20}{19}, y=\frac{30}{19}, z=\frac{80}{19}$, ∴ $x+y+z=\frac{130}{19}$.

3 (ㄱ) 주어진 방정식을 정리하면 $4|x-2|+|x+3|=10$이다. $x\leq -3$일 때 풀이는 $x=-1$(버린다); $-3<x<2$일 때 $x=\frac{1}{3}$; $x\geq 2$일 때 $x=3$. ∴ 방정식은 두 풀이 $x_1=\frac{1}{3}, x_2=3$이다. ∴$x_1 \cdot x_2=1$

4. (ㄱ) $\triangle BCE$에서 $BC=BE$, $\angle CBE=90^\circ+60^\circ=150^\circ$, ∴ $\angle BCE$

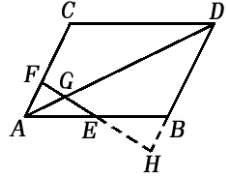
$=\frac{1}{2}(180^\circ-150^\circ)=15^\circ$, $BC=AB$, $\angle CBF=45^\circ=\angle ABF$, BF는 함께 가지는 변이므로 $\triangle CBF\equiv\triangle ABF$, $\angle BAF=\angle BCF=15^\circ$, $\therefore\ \angle DAF=75^\circ$,

$\therefore\ \angle AFD=60^\circ$.

5. (ㄱ) $AB-AD=CB-CD$이므로 $AB+CD=BC+AD$, 즉 $AD+BC=\frac{1}{2}(AB+BC+CD+DA)$이다. $AB+AD>BD$, $BC+CD>BD$이므로 $AD+BC>BD$.

6. (ㄴ) $a+\frac{9}{b}=3\Rightarrow a=3-\frac{9}{b}=\frac{3b-9}{b}\Rightarrow\frac{1}{a}=\frac{b}{3b-9}$, $b+\frac{1}{c}=3$

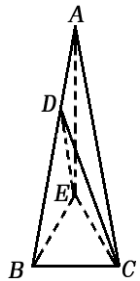
$\Rightarrow\frac{1}{c}=3-b\Rightarrow c=\frac{1}{3-b}$, $\therefore c+\frac{1}{a}=\frac{1}{3-b}+\frac{b}{3b-9}=\frac{-3+b}{3b-9}=\frac{1}{3}$

7. (ㄴ) FE를 연장하여 CB의 연장선과 H에서 사귀게 하자.

$AD//BC$이므로 $\frac{AE}{BH}=\frac{AE}{EB}$

$AE=EB$이므로 $AF=BH$이다. $AF=\frac{1}{2}FD$, $AD=BC$이므로 $AF=\frac{1}{3}AD$, $BH=\frac{1}{3}BC$, $CH=\frac{4}{3}BC$이다. $\therefore\ \frac{AG}{GC}=\frac{AF}{CH}=\frac{1}{4}$,

$\therefore\frac{AG}{AG+GC}=\frac{1}{5}$.

즉 $AG:AC=1:5$

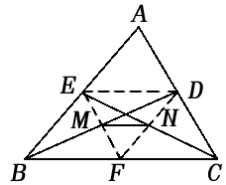
8. (ㄴ) $\triangle ABC$안에서 BC를 변으로 하는 바른3각형 BCE를 그리고 DE, AE를 맺으면 $CE=CB=AD$, $\angle ECA=\angle A=20^\circ$, 즉 $ADEC$는 등변제형이다. $\triangle ABE\equiv\triangle AEC$를 증명할수 있다. $\therefore AE$는 $\angle BAC$를 2등분한다. $\angle ACD=10^\circ$, 이로부터 $\angle BDC=\angle A+\angle ACD=30^\circ$.

Ⅱ. 채우기문제

1. $\frac{1}{2}$ 조건으로부터 $a-2\sqrt{ab}-15b=0$. a, $b>0$이므로 $\left(\sqrt{a}+3\sqrt{b}\right)\left(\sqrt{a}-5\sqrt{b}\right)=0\Rightarrow\sqrt{a}-5\sqrt{b}=0\Rightarrow\sqrt{\frac{a}{b}}=5$.

∴ 주어진 식$=\dfrac{\dfrac{a}{b}-1+\sqrt{\dfrac{a}{b}}}{\dfrac{2a}{b}+3+\sqrt{\dfrac{a}{b}}}=\dfrac{1}{2}$.

2. 1995　　①로부터 $z-x=x-y$을 얻는다. $y-z=-2(x-y)$, 이것을 ②에 대입하면 $1995^2(y-z)-\dfrac{y-z}{2}\left(1994^2+1996^2\right)=1995$,

$(y-z)\left(2\times1995^2-1994^2-1996^2\right)=2\times1995$, $(y-z)\left(1995^2-1994^2+1995^2-1996^2\right)=2\times1995\Rightarrow z-y=1995$.

3. 1:4　　BC의 가운데점을 F라고 하고 ED, EF, DF를 맺으면 $EF//AC$, $FM//DC$이다. E, M, F 세점은 한 원안에 놓인다. 같은 원리로부터 F, N, D 세점은 한 원안에 놓인다.

그리고 $FM=\dfrac{1}{2}DC$,　$EM=\dfrac{1}{2}AD$, $AD=DC$,

∴ $EM=FM$, $MN=\dfrac{1}{2}FC$, ∴$MN=BC=1:4$

4. x^{2n+2}　　주어진 식 $=\dfrac{x^{3n}-1}{x^n-1}+\dfrac{1-x^{2n}}{1+x^n}=\dfrac{\left(x^n-1\right)\left(x^{2n}+x^n+1\right)}{x^n-1}+\dfrac{\left(1+x^n\right)\left(1-x^n\right)}{1+x^n}=x^{2n}+2$.

5. =　　BM은 $\angle ABD$를 2등분하고 CM은 $\angle DCA$를 2등분한다. ∴ $\angle1=\angle2$, $\angle3=\angle4$. 또한 $\angle5$는 각각 $\triangle ABF$와 $\triangle CMF$의 외각이므로 $\angle5=\angle1+\angle A=\angle3+\angle M$이다. ∴ $\angle M=\angle1+\angle A-\angle3$. 같은 원리로부터 $\angle M=\angle4+\angle D-\angle2$

∴$2\angle M=\angle1+\angle4+\angle A+\angle D-\angle3-\angle2$, ∴$2\angle M=\angle A+\angle D$.

6. $3\le x<8$　　주어진 방정식을 간단히 하면 $\left|\sqrt{x+1}-2\right|+\left|\sqrt{x+1}-3\right|=1$. $t=\sqrt{x+1}$ 라고 하면 $\left|t-2\right|+\left|t-3\right|=1$. 이것의 기하학적의미를 고려하자. 수축우에서 t에 대응하는 점과 2와 3에 대응하는 점사이의 거리의 합은 1이다. 수축 $2\le t\le3$으로부터 $3\le x\le8$이다.

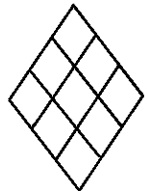
7. 2, -2　주어진 방정식을 변형하면 $\left(\sqrt{5+2\sqrt{6}}\right)^x+\left(\frac{1}{\sqrt{5+2\sqrt{6}}}\right)^x$ $=10$. $t=\left(\sqrt{5+2\sqrt{6}}\right)^x$ 이라고 하면 $t+\frac{1}{t}=10$, $\therefore t_1=5+2\sqrt{6}$, $t_2=5-2\sqrt{6}$ 이다. 풀면 $x_1=2$, $x_2=-2$, 검산하면 모두 주어진 방정식의 풀이이다.

8. 29　세변의 길이를 각각 $n-1, n, n+1$이라고 하면
$\begin{cases}(n+1)+n+(n-1)\leqq 100\\(n-1)+n>n+1\end{cases}$, 즉 $\begin{cases}n\leqq 33\\n>2\end{cases}$, $\therefore n=3, 4, \cdots, 33$.

$n=3$일 때 $2^2+3^2<4^2$ 이므로 이 3각형은 무딘3각형이다. $n=4$일 때 $3^2+4^2=5^2$ 이므로 직3각형이 된다. $n\geq 5$이면 $(n-1)^2+n^2-(n+1)^2=n^2-4n=n(n-4)>0$, $\therefore$이 3각형은 뾰족3각형을 이룬다. 그러므로 조건을 만족시키는 뾰족3각형은 29개이다.

Ⅲ. 풀이문제

1. $a^3+b^3+c^3=3abc$ 이므로 $a^3+b^3+c^3-3abc=0$ 이다. 그러므로 $(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-ac-bc)=0$이다. a, b, c는 $\triangle ABC$의 세변이므로 $a+b+c>0$이다. $\therefore a^2+b^2+c^2-ab-ac-bc=0$, $(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2=0$, $\therefore a=b=c$, 즉 $\triangle ABC$는 등변3각형이다.

2. 그림과 같이 등변4각형모양의 꽃밭을 9개의 작은 등변4각형으로 나눈다. 이로부터 적어도 하나의 작은 등변4각형안에는 두그루의 꽃나무가 있다. 작은 등변4각형의 긴방향 대각선의 길이는 $\sqrt{3}\,m$이므로 따라서 적어도 두그루의 꽃나무사이의 거리는 $\sqrt{3}\,m$보다 작다.

3. $7+5\sqrt{2}=(x+y\sqrt{2})^3=x^3+6xy^2+(3x^2y+2y^3)\sqrt{2}$ 라고 하면
$\begin{cases}x^3+6xy^2=7\\3x^2y+2y^3=5\end{cases}$ 이므로 이로부터 $x=1, y=1$을 얻는다.
$\therefore \sqrt[3]{7+5\sqrt{2}}=1+\sqrt{2}$.

시 험 28

I. 선택문제

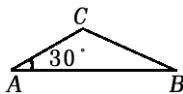
1. (ㄹ)　　특수값법을 리용하여 $a=-\frac{1}{8}$이라고 하면 $a^3=-\frac{1}{512}$, $\sqrt[3]{a}=-\frac{1}{2}$, $\frac{1}{a}=-8$이다. 이로부터 $\frac{1}{a}$은 최소, a^3은 최대이다.

2. (ㄴ)　　주어진 방정식을 변형하면 $(xy-2)^2+(y-2x)^2=0$,
$\therefore \begin{cases} x_1=1 \\ y_1=2 \end{cases}$와 $\begin{cases} x_2=-1 \\ y_2=-2 \end{cases}$, $\therefore$두쌍의 옹근수풀이를 가진다.

3. (ㄴ)　　$PQ//MN$이므로 $S_{\triangle MPN}=S_{\triangle MNQ}$이다. $MN//QR$이므로 $S_{\triangle MNQ}=S_{\triangle MNR}$이다. $\therefore S_{\triangle QMR}=S_{\triangle PNQ}$.

4. (ㄷ)　　$\left(\frac{2}{3}\right)^{-\frac{7}{8}}=\left(\frac{3}{2}\right)^{\frac{7}{8}}>1,\ \left(\frac{8}{7}\right)^{-\frac{4}{5}}=\left(\frac{7}{8}\right)^{\frac{4}{5}}<1,\ \left(\frac{5}{7}\right)^{\frac{4}{5}}<1$.

$\frac{7}{8}>\frac{5}{7}$이므로 $\left(\frac{7}{8}\right)^{\frac{4}{5}}>\left(\frac{5}{7}\right)^{\frac{4}{5}}$, $\therefore$(ㄷ)를 선택하여야 한다.

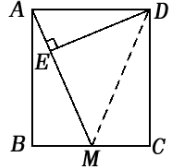
5. (ㄹ)　　직3각형에서 30°에 대응하는 맞은변의 직각변은 빗변의 절반과 같고 문제의 조건을 만족시킨다. 그리고 30°의 두 이웃변 $AB=2AC$ 역시 문제조건을 만족시킬 때 무딘3각형이다.

6. (ㄱ)　　$a+\frac{1}{a+1}=b+\frac{1}{b-1}-2 \Rightarrow a-b+2=\frac{(a+1)-(b-1)}{(a+1)(b-1)} \Rightarrow$
$a-b+2=\frac{a-b+2}{ab-a+b-1}$.　$a-b+2\neq 0$이므로 $ab-a+b=2$.

7. (ㄹ)　　쉽게 증명된다. 선분 BC우의 매점부터 네점 A, B, C, D까지의 거리의 합은 모두 $AD+BC$와 같다. 이것은 평면우의 임의의 한점으로부터 A, B, C, D까지의 거리의 합중에서 가장 작은것이라는 것이다.

8. (ㄴ)　　$\sqrt{1993\times1991+1}=\sqrt{(1992+1)(1992-1)+1}=1992$,
$\sqrt{1994\times1992+1}=1993\sqrt{1995\times1993+1}=1994$,
$\sqrt{1996\times1994+1}=1995$.

Ⅱ. 채우기문제

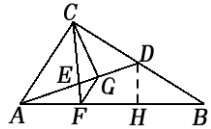
1. $\frac{1}{18}$　　$a\neq 0$, $a+\frac{1}{a}=3$이므로 $a^2+\frac{1}{a^2}=7$. $\frac{a^6+1}{a^3}=a^3+\frac{1}{a^3}=$ $\left(a+\frac{1}{a}\right)\left(a^2+\frac{1}{a^2}-1\right)=18$ 이므로 $\frac{a^3}{a^6+1}=\frac{1}{18}$ 이다.

2. 1　　주어진 식$=x(x^3-y^3)-y(x^3-y^3)-3xy(x-y)=(x^3-y^3)(x-y)-3xy=x^3-y^3-3xy=(x-y)(x^2+xy+y^2)-3xy=x^2+xy+y^2-3xy=(x-y)^2=1$.

3. $\frac{2ab}{\sqrt{4a^2+b^2}}$　　DM을 맺으면 $S_{\triangle ADM}=\frac{1}{2}S_{ABCD}$, 즉 $\frac{1}{2}AM\cdot DE=\frac{1}{2}ab$, $\therefore DE=\frac{ab}{AM}$, 직3각형 ABM에서 $AM=\sqrt{a^2+\left(\frac{b}{2}\right)^2}=\frac{\sqrt{4a^2+b^2}}{2}$　$\therefore\ DE=\frac{2ab}{\sqrt{4a^2+b^2}}$

4. $\begin{cases}x=3\\y=2\end{cases}$　　주어진 방정식을 변형하면 $\begin{cases}\left(x+\frac{9}{x}\right)+\left(y+\frac{4}{y}\right)=10\\\left(x+\frac{9}{x}\right)-\left(y+\frac{4}{y}\right)=24.\end{cases}$

베타의 정리를 리용한다. $x+\frac{9}{x}$, $y+\frac{4}{y}$를 방정식 $z^2-10z+24=0$의 두 풀이라고 하자. $\therefore z_1=6, z_2=4$,

이로부터 $\begin{cases}x+\frac{9}{x}=6\\y+\frac{4}{y}=4,\end{cases}$ $\begin{cases}x+\frac{9}{x}=4\\y+\frac{4}{y}=6,\end{cases}$ 풀이는 $\begin{cases}x=3\\y=2\end{cases}$

5. 3:1　　D를 지나 CF에 평행선을 긋고 AB와의 사귐점을 H라고 한다. E는 AD의 가운데점이므로 $AF=FH$이다. 또한 D는 BC의 가운데점이므로 $FH=HB$이다. $\therefore AF=FH=HB=\frac{1}{3}AB$. $\angle ACB=90^\circ$이므로 $CE=\frac{1}{2}AD=AE$. $FG//AC$이므로 $\frac{EF}{CE}=\frac{EG}{AE}$이다. $\therefore$ $EF=EC$. 그리고

$\angle AEF = \angle CEG$이므로 $\triangle AEF \equiv \triangle CEG$이다. $\therefore$ $AF=CG$, $\frac{1}{3}AB=CG$, 즉 $AB:CG=3:1$.

6. $2x^2-x+1=A$, $x^2-2x+3=B$라고 하면 주어진 식$=4AB-(A+B)^2=-(A-B)^2=-(x^2+x-2)^2=-(x+2)^2(x-1)^2$.

7. 29995　　먼저 x의 만자리수는 명백히 2이다. 이로부터 y의 만자리수는 5이다. 그다음 x의 천의 자리수는 반드시 5보다 크다. 그러나 백의 자리수에 2를 곱하면 천의 자리수로 올라가는데 이때 천의 자리수는 9만이 될수 있다. 이와 같이 차례로 추리하면 x의 앞의 네자리수는 2, 9, 9, 9이고 x의 하나자리수는 1, 3, 5, 7, 9만이 될수 있다. 검산하면 x의 하나자리수는 5만이 될수 있다. $\therefore$ $x=29995$.

8. $\sqrt{8-\sqrt{39}}=\sqrt{x}-\sqrt{y}$라고 하면 $\begin{cases} x+y=8 \\ 4xy=39 \end{cases}$이다.

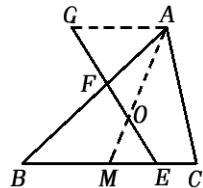
이것의 풀이는 $x=\frac{26}{4}$, $y=\frac{6}{4}$이다. $\therefore \sqrt{8-\sqrt{39}}=\frac{\sqrt{26}-\sqrt{6}}{2}$.

Ⅲ. 풀이문제

1. $(x-1)$을 리용하여 표시하면 $3x^3-2x^2+5x-2=3(x-1)^3+b(x-1)^2+c(x-1)+d$이다. 이것은 하나의 항등식이다. $x=0$, $x=1$, $x=2$를 각각 취하여 대입하면

$$\begin{cases} -3+b-c+d=-2 \\ d=3-2+5-2 \\ 3+b+c+d=24-8+10-2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} d=4 \\ b-c=-3 \\ b+c=17 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b=7 \\ c=10 \\ d=4 \end{cases},$$

$\therefore$주어진 식$=3(x-1)^3+7(x-1)^2+10(x-1)+4$.

2. A를 지나 BC에 평행인 선을 긋고 EF와 G에서 사귀게 한다. AO를 맺고 연장하여 BC와의 사귐점을 M이라고 하면 AM은 가운데선이다.

$\frac{AF}{FB}=\frac{AG}{BE}=\frac{2ME}{BE}$이므로

$$\frac{AF}{FB}+\frac{CE}{BE}=\frac{2ME}{BE}+\frac{CE}{BE}=\frac{ME+MC}{BE}=\frac{ME+BM}{BE}=\frac{BE}{BE}=1.$$

3. 주어진 식이 최대값을 가지면 반드시 $x>0$이여야 한다.

$u=\dfrac{\sqrt{1+x^2+x^4}-\sqrt{1+x^4}}{x}$, $v=\dfrac{\sqrt{1+x^2+x^4}+\sqrt{1+x^4}}{x}$ 이라고 하면

$$u\cdot v=\frac{\left(\sqrt{1+x^2+x^4}\right)^2-\left(\sqrt{1+x^4}\right)^2}{x^2}=1,\ \text{즉}\ u=\frac{1}{v}.$$

$$v=\sqrt{\frac{1}{x^2}+1+x^2}+\sqrt{\frac{1}{x^2}+x^2}=\sqrt{\left(x-\frac{1}{x}\right)^2+3}+\sqrt{\left(x-\frac{1}{x}\right)^2+2}$$ 이므로

$\frac{1}{x}-x=0$, 즉 $x=1$일 때 $v_{\min}=\sqrt{3}+\sqrt{2}$,

따라서 $x=1$일 때 $u_{\max}=\sqrt{3}-\sqrt{2}$.

시 험 29

I. 선택문제

1. (ㄴ) 만일 $n=4$라면 네개 수 1, 1, 2, 2중 임의의 3개의 합은 모두 3의 배수가 아니다. $n=5$일 때 이 수를 3으로 나눈 나머지는 0, 1, 2 세가지뿐이다. 만일 이 세가지 류형의 나머지수가 모두 있다면 각각 하나씩 취할수 있다. 그 합은 반드시 3의 배수이다. 아니면 어떤 한가지 류형의 나머지수가 3개 또는 3개이상을 가진다면 같은 류형의 나머지수를 가지는 3개 수를 취한다. 이때 그것들의 합도 역시 3의 배수이다.

2. (ㄹ) 가장 불리한 정황을 고려하자. 만일 꺼낸 48장의 표중에 2가 없다면 응당 문제조건을 만족시키지 않는다.

3. (ㄷ)

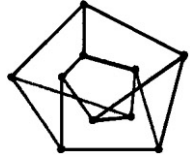
4. (ㄱ) 주어진 식 $=(2-1)(2+1)\left(2^2+1\right)\left(2^4+1\right)\cdots\cdots\left(2^{2^n}+1\right)=\left(2^2-1\right)\left(2^2+1\right)\left(2^4+1\right)\cdots\cdots\left(2^{2^n}+1\right)=\left(2^4-1\right)\left(2^4+1\right)\cdots\cdots\left(2^{2^n}+1\right)=\left(2^{2^n}-1\right)\left(2^{2^n}+1\right)=4^{2^n}-1$.

5. (ㄹ) 100개 수중에서 99개는 모두 1001이다. 하나는 2002이다.

6. (ㄷ) $a\cdot a^{-1}=1$이므로 a, a^{-1}은 주어진 방정식의 두개의 풀이이다. 그리고 $a+a^{-1}=5$이므로 $a^2+a^{-2}=(a+a^{-1})^2-2$, 1의 자리수는 3이다. $a^4a^{-4}=(a^2+a^{-2})^2-2$이므로 1의 자리수는 7이다.

7. (ㄷ) BD의 가운데점을 O라고 하자. 중간선의 정리로부터

$MO=\frac{1}{2}AB$, $NO=\frac{1}{2}DC$이고 M, C, N은 하나의 원안에 놓이지 않는다 (아니면 $AB//CD$, $AD=BC$) 따라서 $MN < MO+NO=AB$.

8. (ㄹ) 임의의 한 지역 A로부터 직접 3개 지역으로 갈수 있고 이 3개 지역가운데서 매 지역에서는 다른 두 지역까지 직접 갈수 있다(A는 계산하지 않는다). 이렇게 갈수 있는 모든 지역은 $1+3+3\times2=10$개 지역이다. 다른 한가지 방법은 그림과 같이 요구를 만족시킬수 있다.

Ⅱ. 채우기문제

1. 3 $a=7m+3$, $b=7n+5$, 여기서 m, n을 옹근수라고 하면 $a^2-4b=(7m+3)^2-4(7n+5)=7(7m^2+6m-4n-2)+3$.
$7m^2+6m-4n-2$는 옹근수이므로 a^2-4b를 7로 나눈 나머지는 3이다.

2. $\frac{3}{7}$ 주어진 식$=\frac{3-\sqrt{3}}{6}+\frac{5\sqrt{3}-3\sqrt{5}}{30}+\frac{7\sqrt{5}-5\sqrt{7}}{70}+\cdots$
$+\frac{49\sqrt{47}-47\times7}{\left(49\sqrt{47}\right)^2-\left(47\sqrt{49}\right)^2}=\left(\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{6}\right)+\left(\frac{\sqrt{3}}{6}-\frac{\sqrt{5}}{10}\right)+\left(\frac{\sqrt{5}}{10}-\frac{\sqrt{7}}{14}\right)+\cdots$
$+\left(\frac{\sqrt{47}}{2\times47}-\frac{1}{7\times2}\right)=\frac{1}{2}-\frac{1}{7\times2}=\frac{3}{7}$.

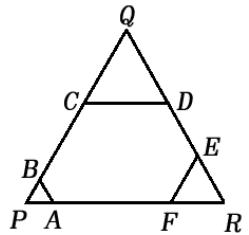
3. 12 M은 $\triangle BCA$에서 변 AB의 가운데점이므로 $S_{\triangle BMC}=\frac{1}{2}S_{\triangle ABC}=12$. MC를 맺는다. $MD\perp BC$, $EC\perp BC$이므로 $MO//EC$. $\therefore$ $S_{\triangle MDC}=S_{\triangle MDE}$, $S_{\triangle BDE}=S_{\triangle BMC}=12$.

4. $n=2$ 이미 알고있는것으로부터 $xy=1$, $x+y=4n+2$(n은 자연수)이다. 이로부터 $19x^2+123xy+19y^2=1985$, $19(x+y)^2+85xy=1985$, $19(4n+2)^2=1990$, $4n+2=10$, 따라서 $n=2$이다.

5. $\sqrt{n}=88$ $n=aabb$(a, b는 모두 1의 자리수이다.)라고 하면 $N=aabb=10^3a+10^2a+10b+b=11(10^2a+b)$, 이로부터 N은 11로 완제된다(11은 씨수). N은 어떤 네자리수의 완전두제곱수이므로 $\sqrt{N}$은 두자리수이다. $\sqrt{N}=11k$(k는 하나자리수)라고 하면 $N=11^2k^2=$

$11\left(10^2\ a+b\right)$이다. 그러므로 $k^2=\dfrac{10a^2+b}{11}=9a+\dfrac{a+b}{12}$이다. 그리고 $1\le a+b\le 1B$, $\dfrac{a+b}{11}$는 옹근수이므로 $a+b=11$, 따라서 $k^2=9a+\dfrac{(a+b)}{12}$ $=9a+1\cdots\cdots$①. $a=1, 2, 3, \cdots, 9$를 ①식에 대입해보면 $a=7, k=8$만이 만족시킨다. 따라서 $\sqrt{N}=88$.

6. $\angle BAC=110^\circ$　　$\angle EAD=\alpha$라고 하면 $\angle A+\alpha=150^\circ$, $\angle ADE+\angle AED+\alpha=180^\circ$이다. 그러나 $\angle ADE=2\angle B$, $\angle AED=2\angle C$, $\angle A+\angle B+\angle C=180^\circ$이다. 이로부터 $2(\angle B+\angle C)+\alpha=180^\circ$, $2(180^\circ-\angle A)+(150^\circ-\angle A)=180^\circ$ $\therefore \angle A=110^\circ$.

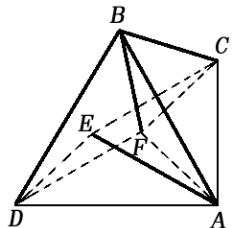
7. 15　　문제에서 요구하는대로 6각형 $ABCDEF$를 그려보자. 그림과 같이 그 매 내각은 모두 120°와 같다. $AB=1$, $BC=CD=3$, $DE=2$, 이 6각형으로 하나의 바른3각형 PQR를 만든다. 이때 변의 길이는 7이다. 따라서 $ER=EF=2$, $AF=4$이다. 이로부터 6각형둘레의 길이는 15이다.

8. 12　　x, y, z를 3각형의 변길이라고 하면 $x+y+z=30$이다. x, y, z가 3각형을 이룰 충분조건이라는데로부터 아래표와 같이 쓸수 있다. 즉

$$①\begin{cases}x=14\\ y=2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\\ z=14, 13, 12, 11, 10, 9, 8\end{cases},\quad ②\begin{cases}x=13\\ y=4, 5, 6, 7, 8\\ z=13, 12, 11, 10, 9\end{cases},$$

$$③\begin{cases}x=12\\ y=6, 7, 8, 9\\ z=12, 11, 10, 9\end{cases},\quad ④\begin{cases}x=11\\ y=8, 9\\ z=11, 10\end{cases},\quad ⑤\begin{cases}x=10\\ y=10\\ z=10\end{cases}$$

모두 19조 있다. 두변이 같은 7개를 덜면 12개 있다.

Ⅲ. 풀이문제

1. 그림과 같이 AF, ED, DF를 맺는다. 4각형 $EDFC$가 평행4변형이라는것을 증명해야만 한다. $AC=AE$, $\angle BAC=60^\circ-\angle BAE=\angle EAD$, $AB=AD$이므로 $\triangle ABC\equiv\triangle ADE$이다. 같은 원리로부터 $\triangle ABC\equiv\triangle DBF$이다. 이로부터 $CF=BC=ED$. 같은 원리로부터 $DF=EC$이다. 따라서 4각형 $EDFC$는 평행

4변형이다. CD와 EF는 서로 2등분한다.

2. $2n+1=(2k+1)^2$, k는 자연수라고 하면 $2n=4k(k+1)$이다. 이로부터 n은 짝수이다. $3n+1$은 홀수이다. 다시 $3n+1=(2h+1)^2$, h는 자연수라고 하면 $3n=4h(h+1)$이다. $(3, 8)=1$이므로 n은 8로 완제된다. 아래서 n이 5로 완제된다는것을 증명하자. 만일 n을 5로 나눈 나머지를 1, 3이라고 하면 $2n+1$을 5로 나눈 나머지는 3, 2이다. 만일 n을 5로 나눈 나머지를 2, 4라고 하면 $3n+1$을 5로 나눈 나머지는 2, 3이다. 그리고 두제곱수를 5로 나눈 나머지는 0, 1, 4이다. 그러므로 n을 5로 나눈 나머지는 1, 2, 3, 4가 아니다. 따라서 n은 5로 완제된다. 그리고 $(5, 8)=1$이므로 n은 40으로 완제된다.

3. $n-1$개의 칸을 채색하여 4각형표의 n렬에서 뽑아낼수 있다는데로부터 적어도 하나의 렬의 모든 칸은 색이 칠해지지 않는다. 그러면 이 1렬과 제일 오른쪽변의 1렬이 변환된다. 매행도 우의 조작을 한다. 이때 제일 오른쪽변의 한칸은 모두 칠해지지 않는다. 만일 하나의 행을 찾고 그중 색이 칠해진 칸은 왼쪽 우로부터 오른쪽 아래의 대각선아래방향에 놓이지 않는다고 하자. 그러면 이 한행과 제일 아래면의 한행을 바꾼다. 이처럼 제일 아래면의 한행중에 색이 칠해진 칸은 모두 왼쪽 우로부터 오른쪽 아래의 대각선 아래방향에 놓인다. 다시 $(n-1)\times(n-1)$인 바른4각형표를 고려하여 같은 조작을 진행하면 $n-1$개 칠해진 칸은 모두 왼쪽 우로부터 오른쪽 아래의 대각선 아래방향에 놓이게 된다.

시 험 30

I. 선택문제

1. (ㄴ) $a+b<0, a-b<0$으로부터 $\frac{a+b}{a-b}>0$ 임을 알수 있다.

2. (ㄴ) ② $(-ax)^6\div(-ax^3)=a^6x^6\div(-ax^3)=-a^5x^3$이고 ④ $[(-3)^m]^2=(-3)^m\cdot(-3)^m=(-3)^{2m}=3^{2m}$이므로 2쌍만이 있다.

3. (ㄴ) 이미 알고있는것으로부터 $\dfrac{\frac{1}{2}(1991-CM)\cdot h}{\frac{1}{2}(1989+CM)\cdot h}=\dfrac{1}{1989}$을 얻

을수 있다. 정리하면 CM=1989.

4. (ㄷ) $(x-2)(x+6)-(x+2)(x-6)=8x$가 무리수이고 $(x-2)(x+6)$이 유리수라는데로부터 $(x+2)(x-6)$은 무리수이다.

5. (ㄷ) $\angle A=\angle A'=30^\circ$, $\angle ABC=\angle B'=50^\circ$, $\angle ACB=\angle A'CB'=100^\circ$를 쉽게 안다. $\angle B'CB=80^\circ$이다. ∴ $\angle ACB=20^\circ$.

6. (ㄴ) 이미 알고있는것으로부터 빗변우의 높이는 직3각형을 두개의 닮은 3각형으로 나눈다. 이때 면적비는 1:4이다. 그러면 대응변의 비는 1:2이다.

7. (ㄹ) 이미 알고있는것으로부터 $a-1<0$, 이로부터 $-(a-1)$을 루트식에 넣으면 루트기호밖에는 -1이 있다. 이 루트기호안을 간단히 하면 $-\frac{[-(a-1)]^2}{a-1}=1-a$이다. 따라서 $-1\cdot\sqrt{1-a}=-\sqrt{1-a}$이다.

8. (ㄹ)

Ⅱ. 채우기문제

1. 3705 만일 앞바퀴가 x번 회전한다고 하면 뒤바퀴는 $(x-99)$번 회전한다. 그러면 $5\frac{5}{12}x=6\frac{1}{3}(x-99)$. 이로부터 x=684번, 앞바퀴는 $684\times5\frac{5}{12}$=3705m 간다.

2. $\frac{5}{77}$

3. 8과 9 하나의 볼록다각형의 변의 개수를 x, 다른 하나의 변의 개수를 y라고 하면

$$\begin{cases} x+y=17 \\ \frac{(x-3)\cdot x}{2}+\frac{(y-3)\cdot y}{2}=47 \end{cases}$$

이 련립방정식의 풀이는 두개의 볼록다각형의 변수이므로 따라서 8과 9이다.

4. $\frac{9}{16}$

5. $2b$ 3각형의 두변의 합은 세번째 변보다 크고 두변의 차는 세번째변보다 작다는데 근거하여 얻을수 있다. 즉 $\sqrt{(a-b-c)^2}=|a-(b+c)|=(b+c)-a=b+c-a, |a+b-c|=|(a+b)-c|=a+b-c$, $2b$를

얻는다.

6. $2(2m^2+1)$　　분모를 유리화하고 다시 계산한다.

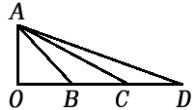
7. $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$　　총 면적은 3개의 작은 면적의 합과 같다. 즉

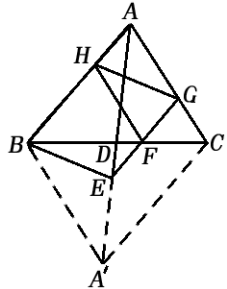
$$\frac{1}{2}\times1\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{1}{2}\times1\times a+\frac{1}{2}\times1\times b+\frac{1}{2}\times1\times c.$$

이로부터 $a+b+c=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

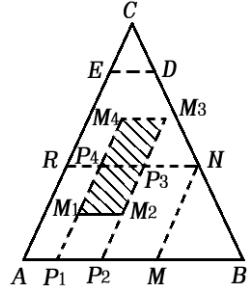
8. 0.1643　　$\sqrt{0.027}=\sqrt{\dfrac{270}{10000}}=\dfrac{3}{100}\sqrt{30}=0.03\times5.477=0.1643.$

Ⅲ. 풀이문제

1. $\angle AOD=90^\circ$, $OA=OB=BC=CD=x$로부터 $OC=2x$, $AC=\sqrt{5}\,x$, $AB=\sqrt{2}\,x$, $OD=3x$, $AD=\sqrt{10}\,x$이다. 그러면

$\dfrac{AB}{BD}=\dfrac{\sqrt{2}x}{2x}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$, $\dfrac{BC}{AB}=\dfrac{x}{\sqrt{2}x}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$이다. 이로부터

$\dfrac{AB}{BD}=\dfrac{BC}{AB}$, $\angle ABC=\angle DBA$, $\therefore \triangle BAC \backsim \triangle BDA$.

2. 그림과 같이 AD를 $DA'=AD$되게 A'까지 연장하고 BA', CA'를 맺는다. $BD=DC$, $\angle BDA'=\angle CDA$로부터 $\triangle ADC\equiv\triangle BDA'$이다. 그러면 $\angle DBA'=\angle ACB$, $AB=AC$, 이로부터 $A'B \mathrel{\underline{\mathrel{/\!/}}} AC$이므로 $ABA'C$는 평행4변형이다. 따라서 $AB=A'C$이다. $EG/\!/AB$, $FH/\!/AC$로부터 $AHFG$는 평행4변형이라는것을 알수 있다. 이로부터 $HF=AG$이다. $HF/\!/AC$로부터 $\dfrac{BH}{AB}=\dfrac{HF}{AC}$를 얻을수 있다. 그러므로 $\dfrac{BH}{AB}=\dfrac{AG}{AC}$이다. $EG/\!/AB$, $AB\ /\!/A'C$이므로 $EG/\!/A'C$이다. 따라서 $\dfrac{EG}{A'C}=\dfrac{AG}{AC}$, $\dfrac{BH}{AB}=\dfrac{EG}{A'C}$이다. $BA=A'C$이므로 $BH=EG$이다.

3. 4각형 $M_1M_2M_3M_4$를 $\triangle ABC$안의 임의의 평행4변형이라고 하자. M_1M_4와 M_2M_3을 연장하여 $\triangle ABC$의 변과 사귀게 하면 3각형의 한변우에는 적어도 두개의 사귐점이 생긴다(그림에서 AB변우의 P_1,

P_2점). P_1M_4과 P_2M_3우에서 P_1P_4과 P_2P_3을 $P_1P_4=P_2P_3=M_1M_4$되게 잘라낸다. 이렇게 만든 4각형 $P_1P_2P_3P_4$는 평행4변형이고 $S_{P_1P_2P_3P_4}=S_{M_1M_2M_3M_4}$이다. P_3P_4를 연장하여 AC, BC와 각각 R, N점에 사귀게 하고 N을 지나며 AC에 평행인 직선 MN을 그리자. 그러면 $S_{P_1P_2P_3P_4}=S_{M_1M_2M_3M_4}\leq S_{AMNR}$이다. 아래서 $S_{AMNR}\leq\frac{1}{2}S_{\triangle ABC}$을 증명하자. $\triangle RNC\backsim\triangle MBN$

이라는것을 알수 있다. 그러므로 $\frac{CN}{NB}=\frac{RN}{MB}=\frac{AM}{MB}$이다. 따라서 $CN\geq NB$ 또는 $MB\geq AM$이다. 아래에서 첫번째 정황을 고려하자(두번째 정황은 류사하다). BC변우에서 한점 D를 취하되 $ND=BN$ 되게 하고 $ED//AB$를 그리자. 그러면 제형$ABDE$의 면적은 4각형$AMNR$의 두배이다. 따라서 $S_{AMNR}=\frac{1}{2}S_{ABDE}\leq\frac{1}{2}S_{\triangle ABC}$.

이 책은 중문 저
( ) (2001년판)을 번역한것이다.

이 책에는 1중학교입학준비를 하는 학생들에게 도움이 되는 문제들과 그 풀이방법들이 서술되여있다.

이 책은 보통교육부문 교원, 학생들을 위한 참고서로 번역출판한다.

수재들을 위한 수학시험문제집 1

번역 김은주 심사 박춘화, 리순희
편집 최혜란
장정 리승일 교정 최미레

낸 곳 외국문도서출판사
인쇄소 민주조선사인쇄공장
인쇄 주체94(2005)년 3월 10일 발행 주체94(2005)년 3월 20일

교－04－1295 10,000부 값180원